ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 MARS 1921.

PRÉSIDENCE DE M. Georges LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce que le Tome 167 (juillet-décembre 1918) des *Comptes rendus* est en distribution au Secrétariat.

MÉCANIQUE. — *Détermination de l'axe de rotation, de la vitesse de rotation d'un corps solide et réalisation d'un corps solide sans rotation.* Note de **M. G. Lippmann.**

Étant donné un système de corps isolés dans l'espace, c'est-à-dire soustrait à toute action extérieure, peut-on constater l'existence d'un mouvement de rotation possédé par ce système, et déterminer les constantes de ce mouvement, sans avoir recours à aucun repère extérieur, à aucun système de références, et sans faire usage d'un système de coordonnées, désigné comme fixe? Une remarque de Newton donne en principe la solution de ce problème : tout mouvement de rotation produit des forces centrifuges fonctions de la vitesse, forces que l'on peut mettre en évidence et mesurer à l'aide d'observations faites à l'intérieur du système mobile et sans avoir recours à aucun repère extérieur.

La brève remarque de Newton demande cependant à être complétée, car la vitesse de rotation ω n'est pas la seule inconnue du problème : il peut être nécessaire de déterminer également l'axe de rotation, lequel peut n'être pas donné. Ainsi dans le cas très simple où le système mobile est une sphère rigide et homogène, tout diamètre peut servir d'axe de rotation et la ligne des pôles n'est pas connue d'avance, puisque l'on ignore *a priori*

s'il y a rotation; il y a lieu de calculer les paramètres qui déterminent la position des pôles. Tel est le cas de la sphère homogène que nous considérons dans ce qui suit.

Soit donc un globe sphérique homogène, habité par des observateurs qui n'y perçoivent aucun mouvement, et qui sont privés de tout point de repère extérieur. Leur situation est celle des habitants de la Terre si la vue du ciel leur avait été de tout temps cachée par des nuages. Ils veulent cependant savoir, s'il y a rotation, mesurer la période du mouvement et marquer sur la surface du globe la position des pôles.

Nos observateurs possèdent un pendule géodésique de longueur réduite l, ainsi qu'un chronomètre parfait. Ils font osciller le pendule successivement en trois stations X_1, X_2, X_3 établies en des points arbitrairement choisis à la surface du globe, et déterminent les valeurs γ_1, γ_2, γ_3 de l'accélération apparente de la pesanteur aux trois stations. Les résultats de l'observation fourniront la solution du problème. On suppose en outre que les observateurs connaissent le rayon a du globe, la densité ρ de la matière dont il est fait, ainsi que les distances qui existent entre les trois stations.

Si le globe était immobile, l'accélération de la pesanteur aurait en tout point une même valeur g, égale à la masse divisée par le carré du rayon et multipliée par la constante k de l'attraction newtonienne; on aurait donc en tout point

$$g = \frac{4}{3}\pi a \rho . k.$$

Mais l'accélération centrifuge intervient. En X_1 cette accélération f_1 est égale au carré de la vitesse angulaire ω, multiplié par le rayon de la circonférence décrite, lequel est égal à $a \sin\lambda_1$, λ_1 étant la distance de la station au pôle. On a donc

$$f_1 = \omega^2 a \sin\lambda_1.$$

L'accélération γ_1 observée est la résultante de g et de γ_1. On a donc, par le parallélogramme des accélérations,

$$\gamma_1^2 = f_1^2 + g^2 - 2 f g \cos\varphi_1,$$

φ_1 étant l'angle compris entre les directions de f_1 et de g. D'ailleurs, φ_1 est complémentaire de λ, on a donc finalement

$$\gamma_1^2 = g^2 + (a^2\omega^4 - 2 g a \omega^2) \sin^2\lambda_1. \qquad (2)$$

De même,

$$(3) \qquad \gamma_2^2 = g^2 + (a^2\omega^4 - 2ga\omega^2)\sin^2\lambda_2,$$

$$(4) \qquad \gamma_3 = g^2 + (a^2\omega^4 - 2ga\omega^2)\sin^2\lambda_3.$$

Pour déterminer les inconnues ω, λ_1, λ_2, λ_3, on a les trois équations précédentes, et, en outre, une relation qui existe entre les carrés du sinus, puisque les angles λ_1, λ_2, λ_3 sont ceux que fait une même direction avec les rayons de la sphère qui passent par les trois stations. Cette dernière relation se présente sous une forme compliquée si les stations sont séparées par des distances quelconques. Supposons que les stations étant d'ailleurs arbitrairement choisies, on les prenne à 90° les unes des autres. Les angles λ_1, λ_2, λ_3 sont alors ceux de l'axe polaire avec trois droites perpendiculaires entre elles. On a alors simplement

$$\cos^2\lambda_1 + \cos^2\lambda_2 + \cos^2\lambda_3 = 1$$

et, par conséquent,

$$\sin^2\lambda_1 + \sin^2\lambda_2 + \sin^2\lambda_3 = 2.$$

En ajoutant membre à membre les équations (2), (3), (4), il vient

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 3g^2 + (a^2\omega^4 - 2ga\omega^2)(\sin^2\lambda_1 + \sin^2\lambda_2 + \sin^2\lambda_3).$$

La somme du carré des sinus étant égale à 2, il vient finalement

$$(5) \qquad a^2\omega^4 - 2ga\omega^2 + \frac{1}{2}(3g^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2) = 0.$$

Cette équation, du second degré en $a\omega^2$, donne

$$(6) \qquad a\omega^2 = g - \sqrt{\frac{1}{2}(\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 - g^2)}.$$

On a une vérification de l'équation (6) en faisant les remarques suivantes. Soit le cas particulier où la station X_1 se trouverait être au pôle, on aurait alors

$$\gamma_1 = g;$$

d'autre part, les stations X_1 et X_2 se trouveraient, dès lors, sur l'équateur : on aurait alors

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_e,$$

en désignant par γ_e l'accélération apparente à l'équateur. L'équation (6) devient

$$\gamma_e = g - a\omega^2,$$

relation évidente *a priori*.

L'équation (6) permet encore de formuler les deux propositions suivantes :

1° Le radical $\sqrt{\frac{1}{2}(\gamma_1^2+\gamma_2^2+\gamma_3^2-g^2)}$ est égal à l'accélération apparente mesurée à l'équateur;

2° La somme $\gamma_1^2+\gamma_2^2+\gamma_3^2$ a une valeur constante, indépendante du choix des stations, pourvu que celles-ci soient à 90° les unes des autres.

Les distances polaires λ_1, λ_2, λ_3 sont données par les équations (2) à (5). On a, en effet, d'après (2),

$$\sin^2\lambda_1 = \frac{g^2-\gamma_1^2}{2ga\omega^2-a\omega^4}$$

et par suite, d'après (5),

(7) $$\sin^2\lambda_1 = \frac{g^2-\gamma_1^2}{\frac{1}{2}(3g^2-\gamma_1^2-\gamma_2^2-\gamma_3^1)},$$

(8) $$\sin^2\lambda_2 = \frac{g^2-\gamma_2^2}{\frac{1}{2}(3g^2-\gamma_1^2-\gamma_2^2-\gamma_3^2)},$$

(9) $$\sin^2\lambda_3 = \frac{g^2-\gamma_2^2}{\frac{1}{2}(3g^2-\gamma_1^2-\gamma_2^2-\gamma_3)}.$$

Ces équations donnent la position des pôles par rapport aux trois stations et permettent d'aller marquer la position des deux pôles à la surface du globe, sans repère extérieur.

L'équation (6) donne la valeur de la vitesse de rotation en valeur absolue; mais le signe de ω n'est pas déterminé. Le double signe tient à ce que la même accélération centrifuge peut être produite par deux vitesses de rotation égales et de sens contraires. Pour déterminer le sens de la rotation, il faut avoir recours à quelque phénomène tel que la déviation de la chute des graves vers l'Est.

Connaissant la direction de l'axe polaire et la vitesse de rotation, nos observateurs peuvent résoudre le problème suivant : construire un mécanisme tel qu'une pièce solide ait une vitesse de rotation nulle. A cet effet ils installeront, dans une de leurs stations, un axe de rotation matériel immobile par rapport au globe et parallèle à l'axe des pôles. Cela fait, ils feront porter à cet axe une pièce solide, à laquelle un mouvement d'horlogerie imprimera une vitesse de rotation égale à $-\omega$. Si cette pièce solide porte une lunette, cette lunette sera une lunette parallactique, fonctionnant sans que l'on ait eu recours à aucun repère extérieur.

Le parallélisme de l'axe de rotation avec la ligne des pôles en fonction de λ^1, λ^2, λ^3 peut être obtenu par des opérations géodésiques, optiques et physiques, sans l'observation du ciel. Quant au mouvement de rotation, sa vitesse est donnée par l'équation (6), et sans que l'on ait à se préoccuper du choix de l'unité de temps.

En effet, les valeurs de γ_1, γ_2, γ_3 ont été obtenues à l'aide d'une horloge dont la graduation est arbitraire. Cette même horloge sert à régler la vitesse de rotation imprimée à la pièce tournante; il suffit que sa marche reste constante pendant toute la durée des opérations.

HYDRAULIQUE. — *Sur le rendement maximum des turbines.* Note (¹) de M. DE SPARRE.

Nous supposons que la turbine travaille à pleine charge et qu'à son entrée dans la roue la vitesse relative de l'eau est sensiblement tangente à l'aube. Désignons par v_0 la vitesse de l'eau à la sortie du distributeur, par w_0 et w_1 les vitesses relatives de l'eau à l'entrée et à la sortie de la roue, par u_0 et u_1 les vitesses d'un point des circonférences d'entrée et de sortie de la turbine, par r_0 et r_1 leurs rayons, par α_0 et β_0 les angles de v_0 et w_0 avec u_0, par H la hauteur de chute.

Nous désignerons de plus par av_0^2 la perte de charge dans le distributeur et par $bw_1^2 + cw_0^2$ (²) cette perte de charge dans la roue. Nous aurons alors, puisque w_0 est la résultante de v_0 et de $-u_0$:

$$(1)\qquad \frac{u_0}{\sin(\beta_0-\alpha_0)} = \frac{w_0}{\sin\alpha_0} = \frac{v_0}{\sin\beta_0},$$

$$(2)\qquad w_0^2 = v_0^2 + u_0^2 - 2u_0v_0\cos\alpha_0.$$

Puis par le théorème des forces vives appliqué au mouvement relatif de l'eau dans la roue, en tenant compte de (2),

$$(3)\qquad w_1^2 = 2gH - av_0^2 - 2u_0v_0\cos\alpha_0 + u_1^2 - bw_1^2 - cw^2.$$

Si, de plus, nous désignons par β_1 l'angle w_1 avec le prolongement de u_1 on obtient pour le rendement ρ, par le théorème des moments des quantités

(¹) Séance du 28 février 1921.

(²) D'après M. Rateau (*Traité des turbo-machines*), on pourrait prendre environ :

$$a = b = 0{,}06, \qquad c = 0{,}225.$$

de mouvement [1],

$$(4)\qquad \rho = \frac{u_0^2}{gH}\left[\frac{\sin\beta_0\cos\alpha_0}{\sin(\beta_0-\alpha_0)} + \frac{r_1^2}{r_0^2}\left(\frac{w_1}{u_1}\cos\beta_1 - 1\right)\right].$$

Si alors nous posons [2]

$$(5)\qquad \mu = \frac{w_1}{u_1} = \frac{r_0 w_1}{r_1 u_0},\qquad \xi^2 = \frac{u_0^2}{2gH},\qquad z = \frac{r_0^2}{r_1^2\xi^2},\qquad X = \frac{r_0^2}{r_1^2}\,\frac{\sin\beta_0}{\sin(\beta_0-\alpha_0)}.$$

Les équations (3) et (4) donnent

$$z = \frac{r_1^2}{r_0^2}(a+c)X^2 + 2(1-c)X\cos\alpha_0 + \frac{c\,r_0^2}{r_1^2} + \mu^2(1+b) - 1,$$

$$\rho z = 2X\cos\alpha_0 + 2\mu\cos\beta_1 - 2.$$

En éliminant μ entre ces deux équations on aura

$$(6)\qquad X^2\left[\frac{\cos^2\alpha_0}{\cos^2\beta_1}(1+b) + \frac{r_1^2}{r_0^2}(a+c)\right] - 2X\cos\alpha_0\left[\frac{1+b}{2\cos^2\beta_1}(\rho z+2) - 1 + c\right]$$
$$+ \frac{(\rho z+2)^2}{4\cos^2\beta_1}(1+b) + \frac{c\,r_0^2}{r_1^2} - z - 1 = 0.$$

Pour que les racines de cette équation soient réelles, si l'on pose

$$(7)\qquad y = \rho z + 2,$$

il faudra que l'on ait

$$y \leqq Y_1,$$

Y_1 étant la racine positive de l'équation

$$(8)\qquad Y^2 + 4\frac{r_0^2}{r_1^2}B\cos^2\alpha_0\,Y - 4\cos^2\alpha_0\,\frac{r_0^2}{r_1^2}A\left(1 + z - \frac{c\,r_0^2}{r_1^2}\right)$$
$$- 4B^2\cos^2\alpha_0\cos^2\beta_1\,\frac{a+c}{1+b}\,\frac{r_0^2}{r_1^2} = 0,$$

où l'on a posé

$$A = \frac{1}{a+c} + \frac{1}{1+b}\,\frac{r_1^2}{r_0^2}\,\frac{\cos^2\beta_1}{\cos^2\alpha_0},\qquad B = \frac{1-c}{a+c}.$$

On aura alors pour le maximum ρ_1 du rendement correspondant à la valeur donnée de ξ, en vertu de (7) et de la valeur de z,

$$(9)\qquad \rho_1 = (Y_1 - 2)\frac{r_1^2}{r_0^2}\xi^2.$$

---

(1) Rateau, *Traité des turbo-machines*, p. 13.

(2) La vitesse relative de l'eau à l'entrée de la roue étant supposée tangente à l'aube, β_0 est l'inclinaison initiale de l'aube.

D'ailleurs, comme pour la valeur Y_1 de y, les racines de (6) sont égales, on en déduira, pour la valeur correspondante de X :

$$(10) \qquad X = \frac{\dfrac{Y_1}{2(a+c)} - B\dfrac{\cos^2\beta_1}{1+b}}{A\cos\alpha_0},$$

et l'on en déduira β_0 par la formule

$$(11) \qquad \cot(\beta_0 - \alpha_0) = \frac{\dfrac{r_1^2}{r_0^2}X - \cos\alpha_0}{\sin\alpha_0}.$$

En prenant, comme nous l'avons dit, $a = b = 0,06$, $c = 0,225$ et de plus $\alpha_0 = \beta_1 = 20°$, on trouverait pour $\xi = 1$, $\rho_1 = 0,8159$, $\beta_0 = 156°44'$.

Si, dans l'équation (8), nous remplaçons z par sa valeur tirée de (7),

$$(11') \qquad z = \frac{Y-2}{\rho},$$

cette équation devient

$$(12) \qquad Y^2 - 4\frac{r_0^2}{r_1^2}\cos^2\alpha_0\left(\frac{A}{\rho} - B\right)Y$$
$$+ 4\cos^2\alpha_0\frac{r_0^2}{r_1^2}A\left(\frac{2}{\rho_0} + \frac{cr_0^2}{r_1^2} - 1\right) - 4B^2\frac{a+c}{1+b}\frac{r_0^2}{r_1^2}\cos^2\alpha_0\cos^2\beta_1 = 0.$$

Pour que les racines de cette équation soient réelles, il faut

$$\rho \leqq \frac{1}{\zeta_1},$$

ξ_1 étant la plus grande racine de l'équation

$$(13) \qquad \zeta^2 - 2\left(\frac{B}{A} + \frac{1}{A\cos^2\alpha_0}\frac{r_1^2}{r_0^2}\right)\zeta + \frac{B^2(a+c)}{A} + \frac{1}{A\cos^2\alpha_0}\left(\frac{r_1^2}{r_0^2} - c\right) = 0.$$

On a, par suite, pour le maximum du rendement correspondant à des valeurs données de α_0 et β_1,

$$(14) \qquad \rho_m = \frac{1}{\zeta_1}.$$

On aura ensuite, pour la valeur correspondante de Y, puisque les racines de (12) sont alors égales,

$$(15) \qquad Y_m = 2\frac{r_0^2}{r_1^2}\cos^2\alpha_0\left(\frac{A}{\rho_m} - B\right),$$

puis, pour la valeur correspondante de la vitesse relative ξ,

$$\xi^2 = \frac{r_0^2}{r_1^2} \frac{\rho_m}{Y_m - 2}. \tag{16}$$

On aura enfin la valeur correspondante de β_0, par les formules (10) et (11), en prenant encore $\alpha_0 = \beta_1 = 20°$, $r_1 = 0,8 r_0$ et les mêmes valeurs pour a, b, c, on trouve

$$\rho_m = 0,9006, \qquad \xi = 0,6740, \qquad \beta_0 = 84°5'.$$

Toutefois on aura en général intérêt, si l'on désire une turbine rapide, à faire un certain sacrifice sur le rendement pour obtenir une valeur plus grande pour ξ. Dans ce cas on calculera d'abord, comme nous venons de le dire, la valeur de ρ_m (1), puis on prendra pour ρ une valeur ρ_1 légèrement inférieure à ρ_m. Pour cette valeur ρ_1 de ρ on déduira, par l'équation (12), deux valeurs de Y; on prendra la plus petite, Y_1, on en déduira ξ^2 de l'équation (9), et (10) et (11) feront connaître la valeur correspondante de β_0.

En prenant ainsi $\rho_1 = 0,89$ (2), on trouve $\xi = 0,7811$, $\beta_0 = 121°51'$. Si l'on avait pris $\rho_1 = 0,88$, on aurait trouvé $\xi = 0,9270$, $\beta_0 = 123°37'$.

On voit qu'en sacrifiant 1 pour 100 sur le rendement, on gagne 11 pour 100 sur la vitesse relative de la turbine, et qu'en sacrifiant 2 pour 100 sur le rendement, on gagne 25 pour 100 sur la vitesse relative (3).

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des commissions de prix de 1921, ouvert en la séance du 28 février, est clos en celle du 7 mars.

Le dépouillement des cahiers de vote donne les résultats suivants :

I. MATHÉMATIQUES : *Prix Bordin, Francœur.* — MM. Jordan, Appell, Painlevé, Hadamard, Goursat, N...; Boussinesq, Émile Picard, Lecornu.

Aucun autre suffrage n'a été exprimé.

---

(1) Car ρ varie lentement dans le voisinage de son maximum ρ_m.

(2) Les autres données restent les mêmes.

(3) Nous avons, dans ce qui précède, négligé l'influence des fuites et les rendements seraient, par suite, à corriger de leur influence; toutefois, cela n'influerait que peu sur la valeur de β_0, correspondant aux maxima de ρ.

II. Mécanique : *Prix Montyon, Poncelet, Boileau, Pierson-Perrin.* — MM. Boussinesq, Sebert, Vieille, Lecornu, Kœnigs, Mesnager; Jordan, Haton de la Goupillière, Bertin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Émile Picard, Appell.

III. Astronomie : *Prix Lalande, Benjamin Valz, Pierre Guzman, G. de Pontécoulant.* — MM. Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Puiseux, Andoyer; Jordan, Lippmann, Émile Picard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Appell.

IV. Géographie : *Prix Gay, fondation Tchihatchef.* — MM. Grandidier, Bertin, Lallemand, Fournier, Bourgeois, Favé; Edmond Perrier, Guignard, le prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Douvillé, Lecomte.

V. Navigation : *Prix de six mille francs, Plumey.* — MM. Grandidier, Boussinesq, Sebert, Bertin, Vieille, Lallemand, Lecornu, Fournier, Bourgeois, Kœnigs, Favé, Mesnager.

VI. Physique : *Prix Gaston Planté, Hébert, Henri de Parville, Hughes, fondation Clément Félix.* — MM. Lippmann, Violle, Bouty, Villard, Branly, Daniel Berthelot; Boussinesq, Émile Picard, Carpentier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell, Paul Janet.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, fondation Cahours, prix Berthelot, Houzeau.* — MM. Lemoine, Haller, Le Chatelier, Moureu, Béhal, N...; Schlœsing, Maquenne, Lindet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, A. Lacroix.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Cuvier, Delesse, Victor Raulin, Joseph Labbé.* — MM. Barrois, Douvillé, Wallerant, Termier, de Launay, Haug; Edmond Perrier, A. Lacroix, Depéret.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. le prince Bonaparte, Kilian.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, Jean Thore, de Coincy, Jean de Rufz de Lavison.* — MM. Guignard, Gaston Bonnier, Mangin, Costantin, Lecomte, Dangeard; Edmond Perrier, Bouvier, le prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Henneguy, Flahault.

X. Anatomie et Zoologie : *Prix da Gama Machado, fondation Savigny.* —

MM. Ranvier, Edmond Perrier, Bouvier, Henneguy, Marchal, Joubin; Grandidier, Laveran, le prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval, Douvillé.

XI. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, Mège, Bellion, Larrey, Argut.* — MM. d'Arsonval, Laveran, Charles Richet, Quénu, Widal, Bazy; Edmond Perrier, Guignard, Roux, Henneguy, Branly.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Leclainche, Joubin.

XII. Physiologie : *Prix Montyon, Lallemand, Philipeaux, Fanny Emden.* — MM. Edmond Perrier, d'Arsonval, Roux, Laveran, Henneguy, Mangin, Charles Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. de Gramont, Quénu.

XIII. *Fonds Charles Bouchard.* — MM. Edmond Perrier, d'Arsonval, Guignard, Roux, Laveran, Henneguy, Mangin, Branly, Charles Richet, Quénu, Widal, Bazy.

XIV. *Prix Montyon de statistique.* — MM. de Freycinet, Haton de la Goupillière, Émile Picard, Appell, Violle, le prince Bonaparte, Tisserand.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Lecomte.

XV. Histoire et philosophie des sciences : *Prix Binoux.* — MM. Grandidier, Émile Picard, Appell, Edmond Perrier, Bouvier, Bigourdan, de Launay.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Daniel Berthelot.

XVI. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot.* — MM. Lemoine, Bertin, Émile Picard, A. Lacroix.

XVII. *Prix Gustave Roux, Thorlet, fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, Henri Becquerel.* — MM. Lemoine, Bertin, Émile Picard, A. Lacroix, Appell, Edmond Perrier.

XVIII. *Grand prix des sciences physiques.* — MM. Edmond Perrier, d'Arsonval, Guignard, A. Lacroix, Douvillé, Le Chatelier, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, Lecomte.

XIX. *Prix Petit d'Ormoy (sciences mathématiques).* — MM. Jordan, Boussinesq, Émile Picard, Appell, Painlevé, Bigourdan, Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Vieille, Kœnigs.

XX. *Prix Petit d'Ormoy (sciences naturelles).* — MM. Guignard, Roux, Bouvier, A. Lacroix, Douvillé, Mangin, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Edmond Perrier, Henneguy.

XXI. *Prix Jean Reynaud.* — MM. Jordan, Émile Picard, d'Arsonval, Roux, A. Lacroix, Lindet, Breton.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Guignard, Violle.

XXII. *Prix du baron de Joëst.* — MM. Edmond Perrier, Guignard, Roux, Haller, le prince Bonaparte, Lindet, Breton.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval, A. Lacroix.

XXIII. *Prix Parkin.* — MM. Guignard, Roux, Laveran, A. Lacroix, Bigourdan, Douvillé, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Violle, Charles Richet.

XXIV. *Prix Saintour.* — MM. Jordan, Boussinesq, Lippmann, Émile Picard, Appell, Bigourdan, Baillaud.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Violle, Kœnigs.

XXV. *Prix Henri de Parville* (ouvrages de science). — MM. Lemoine, Bertin, Émile Picard, A. Lacroix; Appell, Moureu, Paul Janet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Haller, le prince Bonaparte.

XXVI. *Prix Lonchampt.* — MM. Edmond Perrier, Guignard, Roux, Laveran, Maquenne, Mangin, Charles Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, Leclainche.

XXVII. *Prix Henry Wilde.* — MM. Grandidier, Lippmann, Émile Picard, Guignard, Violle, A. Lacroix, Bigourdan.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Appell.

XXVIII. Question à proposer pour le *Grand prix des Sciences mathématiques* à décerner en 1924. — MM. Jordan, Boussinesq, Émile Picard, Appell, Painlevé, Hamy, Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bigourdan, Goursat.

XXIX. Question à proposer pour le *Prix Bordin* (sciences physiques) à décerner en 1924. — MM. Edmond Perrier, Guignard, Roux, Haller, Schlœsing, A. Lacroix, Douvillé.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bouvier, Mangin.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

D. Manuel Velasco de Pando, *Calculo de las Probabilidades*.
Durgaprasanna Bhattacharyya, *Vector calculus*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Variation de la fonction qui fournit la représentation conforme d'une aire sur un cercle, lorsque le contour de l'aire varie.* Note de M. **Gaston Julia**.

1. Le contour C de l'aire sera une courbe analytique fermée, A un point intérieur, At une direction issue de A. Par $Z = f_A(z)$, C devient le cercle $\Gamma[|Z| = 1]$, A devient l'origine O du plan Z, At devient la direction OT fixée à l'avance.

On donne à z une valeur fixe B intérieure à C; alors $b = f_A(B)$ dépend du contour C. Etudier sa variation δb en fonction de la variation du contour, définie par un déplacement normal δn en chaque point M de C, compté positivement vers l'intérieur de C.

M. Hadamard a déjà donné l'équation

$$(1) \qquad 2\pi\,\delta g(A, B) = -\int_C \frac{dg(A, M)}{dn_M}\,\frac{dg(B, M)}{dn_M}\,\delta n_M\,dS_M$$

pour la variation de $g(A, B) = -\log|f_A(B)|$.

On en déduit aussitôt la relation

$$2\pi\,\delta g(A, B) = \frac{1}{i}\int_C \frac{f'_A(z)}{f_A(z)}\,\frac{f'_B(z)}{f_B(z)}\,\delta z\,dz,$$

δz étant la variation normale de *l'affixe z du point* M, quand on passe du contour C au contour varié C_1.

Comme $f_B(z)$ est une fonction homographique de $f_A(z)$, il vient, après

calculs simples,

$$\delta g(\mathrm{A},\mathrm{B}) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\mathrm{C}} \frac{f'_{\mathrm{A}}(z)}{f_{\mathrm{A}}(z)}\left[\frac{f'_{\mathrm{A}}(z)}{f_{\mathrm{A}}(z)-b} - \frac{f'_{\mathrm{A}}(z)}{f_{\mathrm{A}}(z)-\frac{1}{b_0}}\right]\delta z\, dz$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\left[\int_\Gamma \frac{\delta \mathrm{Z}\, d\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}(\mathrm{Z}-b)} - \int_\Gamma \frac{\delta \mathrm{Z}\, d\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}\left(\mathrm{Z}-\frac{1}{b_0}\right)}\right].$$

Les dernières intégrales sont étendues au cercle Γ du plan Z.

2. Cette équation

$$(2)\qquad \mathfrak{R}\left(\frac{\delta b}{b}\right) = -\frac{1}{2\pi i}\left[\int_\Gamma \frac{\delta \mathrm{Z}\, d\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}(\mathrm{Z}-b)} - \int_\Gamma \frac{\delta \mathrm{Z}\, d\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}(\mathrm{Z}-b_1)}\right], \qquad b_1 = \frac{1}{b_0}$$

s'obtient directement, sans passer par l'équation (1) de M. Hadamard, en remarquant que $(b+\delta b)$ est une fonction analytique de b, dans le plan de la variable Z, et qu'elle transforme le contour Γ_1, décrit par Z, quand z décrit le contour varié C_1 voisin de C, en Γ. On voit alors bien facilement que $\frac{\delta b}{b}$, partie principale de la fonction $\log\frac{b+\delta b}{b}$, prend sur Γ des valeurs *dont la partie réelle est précisément* $\delta\mathrm{N}$, écart normal entre Γ et Γ_1. La résolution du problème de Dirichlet pour le cercle Γ donne alors

$$\mathfrak{R}\left(\frac{\delta b}{b}\right) = \frac{1}{2\pi}\int_\Gamma \delta\mathrm{N}\frac{d}{d\mathrm{N}}\log\left|\frac{\mathrm{Z}-b_1}{\mathrm{Z}-b}b\right| d\mathrm{S} = -\frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \delta\mathrm{N}\, d\log\frac{\mathrm{Z}-b_1}{\mathrm{Z}-b}$$

qui n'est autre que l'équation (2), car $\frac{\delta \mathrm{Z}}{\mathrm{Z}} = -\delta\mathrm{N}$.

3. En posant $\mathrm{Z} = \frac{1}{\mathrm{Z}_0}$, dans la deuxième intégrale de (2), Z et Z_0 sont conjugués sur Γ et il vient

$$(3)\qquad \mathfrak{R}\left(\frac{\delta b}{b}\right) = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \delta\mathrm{N}(\mathrm{Z})\, d\varphi + \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \delta\mathrm{N}(\mathrm{Z})\left[\frac{d\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}-b} + \frac{d\mathrm{Z}_0}{\mathrm{Z}_0-b_0}\right],$$

$\delta\mathrm{N}(\mathrm{Z})$ indique le déplacement normal à Γ au point Z d'argument φ. Dans la deuxième intégrale de (3), $d\mathrm{Z}_0$ et $d\mathrm{Z}$ ne sont pas conjugués, mais $d\mathrm{Z}_0$ et $-d\mathrm{Z}$ le sont. Moyennant cette remarque, (3) devient

$$(4)\qquad \mathfrak{R}\left(\frac{\delta b}{b}\right) = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \delta\mathrm{N}(\mathrm{Z})\, d\varphi - \mathfrak{R}\left[\frac{i}{\pi}\int_\Gamma \frac{\delta\mathrm{N}\,\delta\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}-b}\right];$$

et, par conséquent,

$$\frac{\delta b}{b} = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \delta\mathrm{N}(\mathrm{Z})\, d\varphi - \frac{i}{\pi}\int_\Gamma \frac{\delta\mathrm{N}\, d\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}-b} + i\mathrm{C}.$$

Mais *la constante réelle* C *est nulle* puisque les deux fonctions b et $b + \delta b$ font prendre à At la même direction OT.

En définitive, il vient

$$\frac{\delta f_A(B)}{f_A(B)} = \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{b+Z}{b-Z}\,\frac{\delta Z\,dZ}{Z^2},$$

et, en revenant au contour C,

$$(5)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{\delta f_A(B)}{f_A(B)} &= \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f_A(B)+f_A(z)}{f_A(B)-f_A(z)}\,\frac{f'^2_A(z)}{f^2_A(z)}\,\delta z\,dz,\\ \frac{\delta f_A(B)}{f_A(B)} &= -\frac{1}{2\pi}\int_C \frac{f_A(B)+f_A(z)}{f_A(B)-f_A(z)}\,|f'_A(z)|^2\,\delta n\,ds.\end{aligned}\right.$$

La quantité $\frac{-1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\delta N(Z)\,d\varphi$, qui intervenait dans les calculs précédents, a une signification précise donnée par

$$(6)\quad \frac{\delta f'_A(A)}{f'_A(A)} = -\frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{\delta Z\,dZ}{Z^2} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\delta N(Z)\,d\varphi = \frac{1}{2\pi}\int_C |f'_A(z)|^2\,\delta n\,dS.$$

Au contour,

$$|f'_A(z)| = \frac{dg(A, M)}{dn_M}.$$

La formule (6) s'obtient aisément en faisant tendre B vers A dans la formule (5).

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Systèmes articulés déformables et couples de surfaces qui s'en déduisent.* Note [1] de M. **Bertrand Gambier**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. J'ai indiqué dans ma Note du 14 février 1921 l'unique système articulé *transformable* constitué de deux surfaces ou de deux courbes et les quatre seuls systèmes *déformables* constitués de deux courbes, en me bornant, pour ceux-ci, à ceux qui n'exigent pas la notion d'*embranchement;* avec cette notion, on peut définir trois types nouveaux :

Cinquième type. — Le type II est constitué par une courbe plane C et une droite D perpendiculaire au plan de C; soit un système C_1, D_1 de même définition. On peut *transformer* C en D_1 et D en C_1, en prenant comme *défor-*

[1] Séance du 28 février 1921.

mation embranchement un couple de deux droites sécantes rectangulaires Δ, Δ_1 et appliquant la déformation I à (C, D) ou (C_1, D_1).

Sixième type. — Appelons plan *principal* d'une conique le plan mené par un des axes perpendiculairement au plan de cette conique. Le mécanisme formé d'une conique (a) et d'une courbe plane (b) dans un plan principal de (a) peut, comme type III ou IV, être déformé en une droite D et une courbe plane C dont le plan contient D; (C, D) est l'embranchement qui permet de passer au type I, avec une courbe gauche Γ et une droite D. Quand (a) et (b) sont données, C est *unique*. Quand Γ et D sont données, on peut obtenir une conique (a) *arbitraire*.

Septième type. — Une quadrique de révolution et son axe peuvent être réduits à une méridienne et l'axe; cette position d'embranchement est un cas particulier du sixième type; on peut échanger l'axe avec la quadrique et inversement.

2. Peterson et Darboux [1] ont montré que la surface S la plus générale admettant deux familles conjuguées formées de courbes de contact, l'une de cylindres, l'autre de cônes, est donnée par les formules

$$(1)\qquad X = Ab_1 - \int a_1\,dA,\qquad Y = Ab_2 - \int a_2\,dA,\qquad Z = Ab_3 - \int a_3\,dA,$$

où b_1, b_2, b_3 sont fonctions d'un paramètre β, et a_1, a_2, a_3, A d'un autre α, A n'étant pas constant. La surface, de définition semblable, S_1,

$$(2)\qquad X = AB_1 - \int A_1\,dA,\qquad Y = AB_2 - \int A_2\,dA,\qquad Z = AB_3 - \int A_3\,dA$$

est applicable sur S si l'on a à la fois

$$(3)\qquad (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2 = (A_1 - B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2 + (A_3 - B_3)^2,$$

$$(4)\qquad db_1^2 + db_2^2 + db_3^2 = dB_1^2 + dB_2^2 + dB_3^2.$$

L'équation (3) définit tous les mécanismes de cette Note et de la précédente; l'équation (4) ne peut être vérifiée que par certains mécanismes du type II, III ou VI. Le type général II réussit à donner une première surface S ne dépendant pas du paramètre de déformation et l'on obtient alors une famille à un paramètre de surfaces toutes applicables, comme le montrent Peterson et Darboux. Mais pour III ou VI on doit fixer les constantes de déformation du mécanisme, S et S_1 en dépendent toutes deux, de sorte qu'une fois A fixé, on obtient à chaque fois un couple et un seul. On obtient

---

(1) *Théorie des surfaces*, 2e édition, t. 1, p. 182.

uu résultat géométrique curieux : la courbe (B) ou (b), suivant le cas, est arête de rebroussement d'une développable D circonscrite à une quadrique Q. Réciproquement, une telle développable donne, si Q n'est pas de révolution, trois couples dérivés de III; si Q est de révolution, D donne deux couples seulement dérivés de III, mais en plus un couple dérivé du type VI. Enfin si la quadrique Q est de révolution avec un cône asymptote égal au cône $x^2+y^2-z^2=0$, on peut, en dehors de ces trois couples, obtenir, par une méthode légèrement différente de celle de Peterson, un couple dérivé du type II.

Si donc D se trouve même être de quatrième classe, circonscrite à un faisceau tangentiel de quadriques, ou de troisième classe, elle peut définir une infinité de couples.

Un autre résultat intéressant s'obtient si Q a ses génératrices réelles : l'une des surfaces du couple, S par exemple, est partagée en $2n$ secteurs alternativement recouverts par l'autre S_1 composée de n nappes. Les génératrices de Q tangentes à la courbe de contact de D et Q fournissent la séparation de S en secteurs, en écartant celles qui seraient tangentes stationnaires

Bien que l'algébricité de S et S_1 n'ait pas un intérêt primordial, si D est algébrique, on peut déterminer aisément la forme des fonctions a et A pour que le couple soit algébrique. Dans le cas de Peterson on peut, dans une famille transcendante, obtenir deux individus algébriques; j'ai même pu déduire de la résolution de l'équation la plus générale du troisième degré une famille où toutes les surfaces sont algébriques.

3. Soit $f(u)$ un polynome donné du troisième degré arbitraire en u et $P(u)\equiv f(u)-C$, où C est une constante *variable*. La recherche des racines de l'équation $P(u)=0$ revient à écrire l'identité

$$P(u)\equiv\frac{(u-u_0)^3\,P(u_1)+(u_1-u)^3\,P(u_0)}{(u_1-u_0)^3}, \tag{5}$$

où u_1, u_0 sont deux nombres racines d'une équation du second degré les définissant en fonction de C. On en conclut que K et K_1 étant deux constantes fixes, les surfaces, variables avec C,

([illegible])
$$\left\{\begin{array}{l} X=t\sqrt{\dfrac{(u-u_0)^3\,P(u_1)}{(u_1-u_0)^3}},\qquad Y=t\sqrt{\dfrac{(u_1-u)^3\,P(u_0)}{(u_1-u_0)^3}},\\ \qquad\qquad Z=\dfrac{2}{3}\left(tK+K_1+\dfrac{C}{K^2}\right)^{\frac{3}{2}}\end{array}\right.$$

ont toutes pour ds^2

$$ds^2 = [f(u) + K^2(tK + K_1)]\,dt^2 + tf'(u)\,dt\,du + \frac{3t^2}{8}f''(u)\,du^2.$$

On remarquera qu'en remplaçant u par $\lambda U + \mu$ et C par $C_1 + \rho$, où λ, μ, ρ sont des constantes convenables, on peut supposer $f(u)$ réduit à la forme $a(1+u)^3 + b(1-u)^3$, de sorte que les surfaces (6) dépendent des paramètres a, b, K, K_1, C. Quand les quatre premiers sont fixés, on a des surfaces applicables, coupées par les plans horizontaux suivant des développées d'ellipse ($ab > 0$) ou d'hyperbole ($ab < 0$).

En supposant $a = b = 1$, on a les formules plus simples, où j'appelle k le paramètre de déformation

$$(7)\qquad \begin{cases} X = \dfrac{t}{2k\sqrt{2}}(k^2+u)^{\frac{3}{2}}, \qquad Y = \dfrac{t}{2k\sqrt{2}}(k^2-u)^{\frac{3}{2}}, \\ Z = \dfrac{2}{3}\left(tK + K_1 + \dfrac{1-k^4}{4K^2}\right)^{\frac{3}{2}}. \end{cases}$$

Ces surfaces sont coupées par les plans horizontaux suivant des hypocycloïdes à quatre rebroussements. Cela revient à supposer le polynome f du second degré.

MÉCANIQUE. — *Sur le renversement des efforts dans les barres de treillis des tabliers métalliques à travées solidaires*. Note de M. A. Talon, présentée par M. L. Lecornu.

L'importance de la détermination, aussi exacte que possible, des efforts dans les barres de treillis des poutres principales des tabliers métalliques sous voies ferrées ressort du texte même du Règlement ministériel du 8 janvier 1915 pour le calcul et les épreuves des ponts métalliques, lequel dispose, en son article 8, qu'il y a lieu de faire état pour ces barres des efforts secondaires auxquels elles peuvent être soumises par une majoration convenable des efforts principaux, arrêtée d'après les règles de l'art et les enseignements de la pratique.

A ce dernier titre, nous croyons devoir signaler quelques résultats, particulièrement intéressants, des épreuves et expériences auxquelles ont été soumises les diverses barres de treillis de poutres continues de quelques ouvrages métalliques importants et notamment du Pont sur le Tarn, à quatre travées solidaires, d'une portée respective de $27^{\mathrm{m}},15$ pour les travées de rive et $35^{\mathrm{m}},28$ pour les travées intermédiaires.

Chaque travée de rive de ce dernier ouvrage comprend neuf panneaux de $2^m,940$ de longueur et $3^m,500$ de hauteur; les travées centrales comprennent douze panneaux de mêmes dimensions. Le treillis est à barres surabondantes, inclinées à 45°. La section moyenne de chaque panneau coupe quatre barres, dont deux sont constituées par des rails Brunel et deux par des fers méplats.

Les épreuves et expériences, qui ont comporté trois séries, ont été effectuées sous le passage des trains ordinaires de l'exploitation, remorqués, soit par une machine de 60^t, soit par une ou deux machines de 85^t, à cinq essieux couplés; elles comprennent un total de 51 observations qui ont porté sur les diverses barres des panneaux des quatre travées de l'ouvrage.

Les résultats, dûment vérifiés, ont donné lieu aux constatations générales suivantes :

Les efforts anormaux de compression dans les barres normalement tendues se manifestent dans les travées de rive, sur la presque totalité de la travée et, notamment, dans les panneaux immédiatement voisins de la culée; dans les travées intermédiaires, la zone centrale où les efforts tranchants peuvent changer de sens s'étend jusque vers le deuxième panneau à compter de chaque appui.

En vue de l'interprétation graphique de ces résultats, nous avons fait application de la méthode des surcharges uniformes à répartition variable, les plus défavorables, que feu l'Inspecteur général des Ponts et Chaussées J. Résal a exposée dans son remarquable Traité des *Ponts métalliques*. Mais la zone centrale d'inversion, ainsi déterminée par le tracé des enveloppes des efforts tranchants maxima, est loin de s'étendre à tous les panneaux où les appareils Manet-Rabut ont révélé l'existence d'efforts anormaux de compression : c'est ainsi que ladite zone centrale ne s'étend pas dans les travées de rive, au delà du sixième panneau à compter des appuis intermédiaires, ni au delà du quatrième dans les travées intermédiaires, alors que les expériences ont accusé, comme on l'a vu ci-dessus, un renversement des efforts jusque dans le deuxième panneau à compter des mêmes appuis.

Par contre, la considération, panneau par panneau, des lignes d'influence des efforts tranchants permet d'expliquer l'existence, ainsi que le mode de production, des efforts d'apparence anormale envisagés ci-dessus.

Toutefois, les efforts maxima de compression ainsi déterminés sont généralement inférieurs aux efforts mesurés dont la valeur réelle atteint parfois le double de la valeur théorique, ce qui dénote l'existence d'efforts secondaires très importants.

Enfin, le rapport de ces efforts anormaux de compression aux efforts

normaux d'extension, qui restent néanmoins les plus élevés dans les panneaux intéressés, peut atteindre jusqu'à $\frac{1}{3}$.

En résumé, bien que, dans le cas de l'ouvrage soumis aux épreuves, les limites réglementaires de sécurité n'aient pas été atteintes, lesdites épreuves paraissent comporter les conclusions pratiques suivantes :

1° Le renversement des efforts dans les barres de treillis des ouvrages métalliques importants, à poutres continues, s'étend sur la presque totalité des panneaux, tant dans les travées intermédiaires que dans les travées de rive.

2° Dans ces conditions, il est sans intérêt de chercher à déterminer, *a priori*, les limites théoriques de la zone centrale d'inversion et il est prudent et rationnel d'établir le treillis, dans toute sa longueur, avec barres surabondantes;

3° La production des efforts anormaux de compression varie avec le sens de marche, la répartition des charges, la vitesse des convois, etc., et non pas, nécessairement, avec le tonnage des charges roulantes;

4° La majoration des efforts principaux d'extension, qui doit tenir compte des efforts secondaires de compression spécifiés ci-dessus, peut, par analogie avec le mode de réduction de la limite de sécurité imposée par le Règlement du 29 août 1891 pour les pièces soumises à des efforts alternés d'extension et de compression, varier de $\frac{1}{10}$ à $\frac{4}{10}$ de l'effort principal théorique.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur la loi d'équilibre de grains solides dans un courant d'eau vertical ascendant.* Note [1] de M. R. Feret, présentée par M. Mesnager.

Pour déterminer la composition granulométrique des poudres fines, on procède souvent en pesant les grains non entraînés par des courants verticaux ascendants, liquides ou gazeux, de vitesses échelonnées.

Supposant tous les grains de même forme et appelant l une de leurs dimensions linéaires homologues, d leur densité, d' celle du fluide et v la vitesse de ce dernier, on admet généralement que, pour tous les grains restant juste en équilibre sans être entraînés ni se déposer, le poids apparent d'un grain est équilibré par la résistance du fluide, ce qui conduit aux

[1] Séance du 28 février 1921.

formules

$$(1)\qquad v = A\sqrt{\frac{l(d-d')}{d'}} \quad \text{ou} \quad l = \alpha\frac{d'v^2}{d-d'},$$

dans lesquelles A et α sont des coefficients numériques dépendant surtout de la forme moyenne des grains.

D'autre part, pour une petite sphère tombant lentement à travers un fluide visqueux, Stokes a déduit de considérations purement théoriques une relation toute différente, de la forme

$$(2)\qquad v = B(d-d')l^2 \quad \text{ou} \quad l = \beta\sqrt{\frac{v}{d-d'}},$$

où, les unités adoptées étant le millimètre et la seconde et l désignant le diamètre, B et β auraient sensiblement les valeurs 545 et 0,043 dans le cas de l'eau à 20°.

Dans des expériences faites avec des grains minéraux concassés, dont les dimensions étaient évaluées d'après celles des jours des tamis ayant servi à les trier, et dont on mesurait les durées de chute à travers une épaisseur donnée d'eau en repos, Richards [1] a trouvé que la vitesse était régie par les formules (1) ou (2) selon que les grains étaient supérieurs ou inférieurs à une certaine grosseur critique; pour la galène ($d = 7,5$) et le quartz ($d = 2,65$), les diamètres limites seraient à peu près $0^{mm},13$ et $0^{mm},20$, les vitesses limites 63^{mm} et 28^{mm} par seconde, et les valeurs de B 631 et 424 comprennent entre elles la valeur théorique 545 et donnant pour β les valeurs 0,040 et 0,048.

En vue de vérifier s'il en est de même pour des grains en équilibre dans un fluide ascendant, j'ai opéré au moyen d'un courant d'eau dans l'un ou l'autre de deux tubes verticaux, cylindriques, d'environ 1^{m} de hauteur, raccordés par le bas, sans ressauts brusques, avec une prise d'eau à pression constante, et terminés en haut par un ajutage étroit, recourbé à angle aigu, où les grains entraînés pouvaient être recueillis. Après avoir réglé le débit de manière que la vitesse dans le tube eût une valeur donnée, on faisait barboter la poudre jusqu'à ce que les grains entraînés fussent de grosseurs à peu près uniformes et constantes, ce qui exigeait souvent plusieurs heures; puis, admettant que les grains s'échappant finalement différaient infiniment peu de ceux restant juste en équilibre, on en recueillait une petite quantité et on les mesurait sous le microscope. Les valeurs de l

(1) *Ore Dressing*, vol. 3, p. 1423.

indiquées dans le tableau ci-dessous sont les moyennes, pour environ 200 grains, des distances entre deux tangentes au contour apparent du grain, quelle que fût l'orientation de celui-ci, parallèles à une direction constante arbitraire (divisions du micromètre oculaire) [1].

La netteté des résultats obtenus tend à montrer qu'ils n'ont pas été trop influencés par les diverses causes d'erreurs inhérentes à la méthode.

Matières (la plupart concassées au pilon).	Densité d.	Section du tube.	Vitesse v.	Largeur moyenne trouvée l.	$\frac{l}{\sqrt{v}}$.		$\frac{l}{\sqrt{\frac{v}{d-1}}}$.	Coefficients déduits pour les formules (2). β.	B.
		cm²	cm : min	μ		Moyenne		mm : sec	mm : sec
Houille	1,30	4,80	100	724	72,4	71,75	39,3	0,096	108
			225	1037	69,2				
		1,57	225	1052	70,1				
			400	1506	75,3				
			441	3799	181				
Sable siliceux moulu.	2,65	4,80	20	103	22,9	22,4 (²)	28,4	0,070	204
			100	213	21,3				
			200	331	23,4				
Quartzite	2,65	4,80	25	137	27,4	28,25	35,9	0,088	129
			100	284	28,4				
			225	449	29,9				
		1,57	900	819	27,3				
Minerai ferrugineux.	3,94	4,80	100	245	24,5	24,3	41,7	0,102	96
			225	361	24,1				
Sulfure de fer	4,13	4,80	100	261	26,1	27,0	47,8	0,117	73
			225	419	27,9				
Litharge	7,99	4,80	100	133	13,3	13,7	36,2	0,089	126
			225	212	14,1				
		1,57	900	385	13,7				

(¹) C'est ce que j'appelle la *largeur moyenne* d'un grain, par opposition à son *diamètre moyen*, diamètre d'une sphère de même volume.

Pour le sable silicieux moulu cité au tableau, les grains s'échappant à la fin de la lévigation à la vitesse 250, triés ensuite sous la loupe et un peu plus arrondis que les grains moins gros, présentaient les caractéristiques suivantes :

$$\text{Largeur moyenne : } l = 397\mu \quad (\text{d'où } l : \sqrt{v} = 25,1 \quad \text{et} \quad \beta = 0,078);$$
$$\text{Diamètre moyen : } 311\mu = 0,78\, l.$$

La grandeur du rapport dépend évidemment de la forme des grains.

(²) Moyenne de 8 quotients (minimum : 21,3; maximum : 23,6) déduits de vitesses échelonnées de 20^{cm} à 200^{cm} par minute.

Il ressort de ces nombres que, tant que la section des grains est négligeable par rapport à celle du tube (ce qui n'était plus le cas pour la houille à la vitesse 441), la loi de Stokes semble être continuellement applicable; en tout cas, elle reste vérifiée bien au delà des grosseurs limites trouvées par Richards; quant aux coefficients obtenus pour les diverses matières, ils présentent entre eux des écarts tout à fait indépendants des densités et diffèrent beaucoup des nombres théoriques.

Ces discordances portent à conclure que les phénomènes ne sont pas les mêmes autour d'un même grain selon qu'il reste en équilibre dans un fluide ascendant ou qu'il descend à travers ce fluide immobile.

Pour la lévigation par l'eau des minéraux finement concassés, on peut compter sur une valeur moyenne de β d'environ 0,10.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Mesure de la pression de l'atmosphère solaire dans la couche du magnésium et vérification du principe de relativité.* Note de M. A. **Perot**, présentée par M. H. Deslandres.

La mesure de la différence des longueurs d'onde d'une raie spectrale émise par le Soleil et par une source terrestre, prévue par la théorie de la relativité, est, comme on le sait, rendue très délicate par suite de la variation des longueurs d'onde avec la pression et l'ignorance de la valeur de celle-ci dans les diverses régions de l'atmosphère solaire. Dans une précédente Communication [1], j'ai indiqué les raisons qui faisaient penser que les raies des bandes de cyanogène devaient être produites à basse pression; mais, malgré leur vraisemblance, ces raisons sont discutables.

En 1911, j'ai étudié les mouvements apparents de la vapeur de magnésium sur la surface du Soleil [2] et trouvé que la longueur d'onde terrestre (arc à la pression atmosphérique) est plus petite que la longueur d'onde solaire de 6.10^{-3} angström, c'est-à-dire de $1,15.10^{-6}$ en valeur relative.

Pour faire une vérification du principe de relativité, il faut ramener la longueur d'onde terrestre à la pression de l'atmosphère solaire, là où les raies b sont produites.

Or on sait que les raies du fer et celles d'autres métaux ne sont pas toutes également déplacées vers le rouge quand la pression croît; la raie b_1 du magnésium, paraissant par sa largeur être différente des raies b_2 et b_4,

(1) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 229.
(2) A. Perot et Mlle Lindstadt, *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1367.

je me suis demandé si les coefficients de pression des raies b_1 et b_2 ne sont pas différents. Si cela est, le rapport des longueurs d'onde est fonction de la pression; or les vitesses radiales font varier les longueurs d'onde de la même quantité en valeur relative, et les autres causes de variation produisent des effets très faibles ou symétriques (effet Zeeman). On peut donc considérer le rapport des longueurs d'onde comme fonction de la pression seule, à la précision près obtenue dans les mesures, et la mesure de ce rapport comme revenant à une mesure de pression.

J'ai cherché à vérifier ces vues, et, par la méthode même qui m'a servi à étudier la bande 4197 du cyanogène ([1]), ai déterminé le coefficient de pression de la raie b_2; les mesures ont, toutefois, été faites directement par la méthode oculaire, au lieu de l'être par la méthode photographique.

La moyenne de 13 groupes de mesures effectuées soit par M. B. Lyot, soit par moi-même, a donné pour une variation de pression de 60^{cm} de mercure une variation relative de longueur d'onde de $1,1.10^{-6}$, c'est-à-dire $1,35.10^{-6}$ par atmosphère, l'erreur probable étant $0,15.10^{-6}$.

Les mesures sur b_1 sont plus difficiles que sur b_2 à cause de la largeur de la raie. Celles qui ont donné le meilleur résultat sont les mesures directes, dont 11 groupes ont indiqué, pour une variation de pression de 60^{cm}, une valeur de $\frac{\delta\lambda}{\lambda}$ égale à $1,67.10^{-6}$, c'est-à-dire $2,12.10^{-6}$ par atmosphère, avec une erreur probable de $0,17.10^{-6}$.

Le rapport des variations de b_1 et de b_2 se trouve être 1,57 très voisin de $\frac{3}{2}$.

Il résulte de là que le rapport des longueurs d'onde des raies b_1 et b_2 donnera la pression.

Soient Λ et λ les longueurs d'onde de b_1 et de b_2, α et β leurs variations relatives pour 1^{cm} de mercure, on aura

$$\frac{\Lambda_p}{\Lambda_{76}} = 1 - \alpha(76 - p), \qquad \frac{\lambda_p}{\lambda_{76}} = 1 - \beta(76 - p)$$

ou

$$\frac{\Lambda_p}{\lambda_p} \times \frac{\lambda_{76}}{\Lambda_{76}} = 1 - (\alpha - \beta)(76 - p).$$

Dans les mesures interférentielles, les diamètres des anneaux des deux radiations étant I et i, si les numéros d'ordre des anneaux pointés aux pressions 76 et p sont les mêmes pour chaque raie, ce qui est le cas réalisé

([1]) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 988.

par suite de la petitesse des variations des longueurs d'onde, on aura simplement, en vertu de la relation générale,

$$2e\cos i = K\lambda,$$

$$\left[1-\left(\frac{I^2-i^2}{2}\right)_p\right]\left[1+\left(\frac{I^2-i^2}{2}\right)_{76}\right] = 1-(\alpha-\beta)(76-p);$$

d'où

$$p = 76 - \frac{1}{\alpha-\beta}\left[\left(\frac{I^2-i^2}{2}\right)_{76} - \left(\frac{I^2-i^2}{2}\right)_p\right],$$

et, en introduisant les valeurs numériques trouvées pour α et β,

$$p = 76 - 108\left[\left(\frac{I^2-i^2}{2}\right)_{76} - \left(\frac{I^2-i^2}{2}\right)_p\right] \text{ cm de mercure.}$$

Cette formule constitue la graduation d'un véritable manomètre.

Pour l'appliquer au Soleil et déterminer ainsi la pression dans la région d'absorption des raies b, j'ai utilisé des clichés photographiques obtenus au printemps de 1911; une première série de mesures a comporté 6 groupes de mesures sur le Soleil et 7 sur l'arc; une deuxième série, 5 groupes sur le Soleil et 6 sur l'arc. Elles ont donné respectivement pour la première -16^{cm} et $+3^{cm}$ de mercure, dont la moyenne est -6^{cm}.

Le fait que le résultat est négatif n'a rien qui doive surprendre, étant donnée la valeur de l'erreur possible, vraisemblablement de l'ordre d'une vingtaine de centimètres. Mais la signification du nombre obtenu est absolument nette; la pression est très faible dans la région où se produisent les raies b. Ceci vient à l'appui de l'explication que j'ai donnée [1] des vitesses radiales des sources de ces radiations, et autorise l'hypothèse, émise alors, d'électrons se mouvant dans ces régions avec de grandes vitesses.

L'objet principal de cette recherche peut, dès lors, être atteint; à la différence de $1,16.10^{-6}$ mesurée en 1911 entre la raie b_2 du Soleil et celle de l'arc à pression atmosphérique, il faut ajouter $1,35.10^{-6}$, différence entre la raie terrestre à la pression atmosphérique et à la pression nulle, ce qui donne pour l'écart entre les raies solaire et terrestre, dans les mêmes conditions de pression, la valeur $2,5.10^{-6}$.

L'approximation obtenue est vraisemblablement de l'ordre du demi-millionième, de telle sorte que le résultat peut être considéré comme d'accord avec le principe de relativité, la différence indiquée par M. Einstein étant 2.10^{-6}.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1684.

Le procédé de mesure de la pression mis en œuvre se prêtera sans doute à de nombreuses applications dans l'atmosphère solaire.

Dans le cours de ces mesures, j'ai déterminé les longueurs d'onde des raies *b* dans l'arc et trouvé :

$$\lambda_{b_1} = 5183\,\text{Å},614; \qquad \lambda_{b_2} = 5172\,\text{Å},690; \quad \lambda_{b_4} = 5167\,\text{Å},340.$$

PHYSIQUE. — *L'influence de la lumière sur la conductibilité des liquides fluorescents.* Note de M. H. SOULAN, présentée par M. J. Violle.

La plupart des déterminations faites en vue de mettre en évidence l'influence de la lumière sur la conductibilité des liquides fluorescents ont fourni des résultats négatifs. Celles qui font exception donnent lieu à des objections qui rendent douteuses les conclusions obtenues. J'ai moi-même vérifié qu'un éclairement de *quelques secondes* de solutions fluorescentes d'éosine, d'esculine et de curcumine dans divers solvants n'entraînait pas de variations de conductibilité de l'ordre de $\frac{1}{10^4}$.

Mais si, comme l'a montré M. Perrin, l'état de fluorescence s'accompagne d'une transformation chimique des molécules fluorogènes, l'éclairement *prolongé* d'un liquide fluorescent doit se traduire par une variation de conductibilité progressive, jusqu'à l'établissement d'une valeur limite correspondant à la transformation complète, valeur limite qui devra subsister après retour à l'obscurité.

C'est ce que j'ai pu vérifier sur un certain nombre de solutions des fluorogènes déjà mentionnés. Dans le Tableau ci-dessous, n indique le nombre de milligrammes de fluorogène par litre de solution, δ la variation relative limite de conductibilité, T la durée correspondante d'exposition en heures au flux d'une lampe demi-watt de 200[B]. La solution, protégée par une solution d'alun de l'échauffement, était en couche assez mince pour n'absorber qu'une faible portion du flux excitateur.

Fluorogènes.	Solvants.	n.	δ.	T.
Esculine..............	CH^3-OH	50	0,030	129
»	»	20	0,035	114
»	»	0,01	0,107	72
»	»	0,005	0,094	57
»	C^2H^5-OH	0,01	0,128	75
»	H^2O	0,01	0,032	63
Éosine..............	CH^3-OH	0,01	0,090	66
»	C^2H^5-OH	0,01	0,127	75
»	H^2O	0,01	0,035	57
Curcumine...........	$C^5H^{11}-OH$	0,01	0,089	69
Bisulfate de quinine....	H^2O	0,01	0,033	60

Si l'on suppose constante l'intensité du flux excitateur et si l'on admet qu'aux dilutions employées toutes les molécules fluorogènes participent au passage du courant, on établit facilement la formule de première approximation

$$\text{Log}(C_\infty - C_t) = b - at; \qquad (1)$$

C_t représentant la conductibilité au temps t, C_∞ la conductibilité limite; a et b étant, d'autre part, deux constantes caractéristiques du fluorogène, indépendantes du solvant, la première étant en outre indépendante de la concentration.

Cette formule se trouve approximativement vérifiée pour les solutions très étendues ($n = 0,01$ et $n = 0,005$).

Pour les solutions concentrées ($n = 50$ et $n = 20$), les a calculés sont notablement plus petits, ce qu'on peut attribuer d'une part à ce que les hypothèses nécessaires à l'établissement de la formule (1) ne se trouvent plus vérifiées; d'autre part à ce que, pour les fortes concentrations, conformément aux idées de M. Perrin, les molécules fluorogènes forment écran protecteur les unes par rapport aux autres.

STÉRÉOSCOPIE. — *Application de la vision stéréoscopique au contrôle des variations glaciaires.* Note de M. **P.-L. Mercanton**, présentée par M. Lippmann.

On ne peut pas toujours poser des repères d'avancement au front d'un glacier. Cela demande en général beaucoup de temps et de peine et peut être parfois dangereux. Souvent d'ailleurs on ne saurait le faire utilement, la disposition du lit ne se prêtant pas à établir les stations fixes nécessitées par les méthodes usuelles de contrôle. Enfin il arrive souvent que les variations glaciaires ne se traduisent pas par des déplacements accusés du front mais plutôt par des modifications de forme, intumescences, affaissements locaux, d'amplitude trop faible pour être immédiatement apparentes et qui sont cependant significatives. La comparaison directe de photographies successives ne suffit pas non plus toujours à les révéler.

J'ai pensé que la vision stéréoscopique serait ici d'un secours efficace. On l'applique, comme chacun sait, depuis longtemps à déceler les falsifications des billets de banque. Pareillement les astronomes s'en servent pour découvrir les corps célestes, comètes, petites planètes, parmi les étoiles fixes. A

l'examen stéréoscopique de deux photographies du ciel pris à intervalle convenable on voit l'astre cherché se détacher en relief sur le fond plat du firmament.

Ce procédé est immédiatement applicable à la glaciologie : D'une même station et avec la même chambre noire prenons deux photographies du front, de préférence dans un azimut normal à la direction présumée de la variation, et à l'intervalle de temps voulu. Ce sera en général une année, de l'automne à l'automne suivant, mais en voyage d'exploration ce pourra être un délai quelconque. Examinons ensuite les deux épreuves au stéréoscope, nous verrons les régions modifiées du glacier ressortir en relief sur les parties de l'image correspondant à des objets immobiles, ciel, rochers, portions inchangées du glacier, etc.

Ce mode opératoire exige quelques précautions. Tout d'abord on se trouvera bien de rendre l'axe optique de la photographie horizontal à l'aide d'un niveau. D'autre part, on s'efforcera d'obtenir des épreuves égales de teinte en uniformisant le tirage. Enfin on tâtonnera quelque peu, jusqu'à obtention du relief, en plaçant les épreuves devant le stéréoscope, car l'effet optique dépend du sens de la modification de forme du glacier. Pour un appareil dont le front s'est un peu déplacé vers la gauche de l'opérateur on placera à gauche la photographie initiale et à droite l'image finale.

Le procédé est évidemment qualitatif. Il est applicable aussi à la recherche des déformations du glacier en dehors du front.

J'en ai vérifié l'applicabilité au glacier d'Orny (massif du mont Blanc). Deux photographies faites en 1917 et 1918 ont manifesté nettement un gonflement et une avance de la partie médiane du front. Le contrôle direct a indiqué une crue de quelque 7^{m} d'une année à l'autre. Les clichés étaient pris d'un point élevé de la moraine gauche du glacier, à une distance d'un demi-kilomètre environ.

PHYSIQUE. — *Nouvelles applications de la méthode des charges de très courte durée et des éclairages instantanés.* Note de M. **Pauthenier**, présentée par M. J. Violle.

Nous avons décrit [1] une méthode de charges et décharges apériodiques de durée très courte et d'éclairages instantanés, qui nous a permis

---

[1] *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 803 et 1576; t. 171, 1920, p. 102; *Ann. de Phys.* t. 14, 1920, p. 239.

de résoudre le problème des retards absolus dans le cas de la *nitrobenzine* et du *sulfure de carbone :*

$$\frac{n_e - n}{n_o - n} = -2.$$

Nous avons réalisé d'autres applications de cette méthode, d'une part pour contrôler la théorie de l'orientation avec un nouveau liquide, d'autre part pour aborder un autre genre de recherches.

I. *Rapport des retards absolus dans le cas de la benzine monochlorée.* — Les dispositifs optique et électrique restent les mêmes que dans nos précédentes expériences, hormis le condensateur qui a 180^{mm} de long et 2^{mm},9 d'épaisseur. Les potentiels utilisés sont de l'ordre de 30000 volts. Avec les mêmes notations nous avons encore trouvé pour le rapport des retards absolus

$$\rho = \frac{n_e - n}{n_o - n} = -2,0.$$

Dans le cas du *benzène monochloré*, le pouvoir isolant de ce liquide est insuffisant pour permettre de suivre l'établissement de l'électrostriction, comme dans le cas du sulfure de carbone.

II. *Mesure de la biréfringence des liquides conducteurs :*

Principe. — On compare au même instant (aussitôt que possible après leur établissement complet) les biréfringences du liquide à étudier et d'un liquide de référence (sulfure de carbone). Puis on décharge instantanément les deux condensateurs pour que le liquide conducteur ne s'échauffe pas.

Réalisation pratique. — La comparaison des deux liquides se fait par une méthode de compensation. Deux condensateurs plans, d'armatures identiques, ont leurs plans : l'un vertical (condensateur à sulfure de carbone), l'autre horizontal (liquide à étudier). Les armatures sont reliées deux à deux par de gros fils de cuivre. L'épaisseur e du premier condensateur est fixe et égale à 6^{mm},78. L'épaisseur e' du second est variable. Ces condensateurs, dont les axes longitudinaux restent parallèles, sont placés entre nicols croisés; les directions de vibration des nicols sont à 45° des lignes de forces des deux champs électriques, à 45° sur l'horizon par conséquent. L'une des paires d'armatures est reliée au sol. La seconde paire est reliée à l'armature isolée du condensateur que nous avons appelé *condensateur d'éclairage*. Une dizaine de fois par seconde, un gros condensateur se décharge dans ce double circuit. La résistance du circuit biréfringent est, cette fois, de l'ordre d'une fraction d'ohm; celle du circuit d'éclairage, de quelques dizaines d'ohms. Les charges et décharges sont toujours *apériodiques*.

Les durées de charge (intervalle de temps, entre la charge des condensateurs

de Kerr et le moment où jaillit l'étincelle d'éclairage) sont très courtes (de l'ordre de 10^{-7} seconde ou moins).

On observe l'étincelle d'éclairage (longueur 3^{mm}) à travers le système formé par les condensateurs et les nicols croisés. La distance entre l'étincelle et l'œil de l'observateur est de 125^{cm}. La lumière de l'étincelle est rendue suffisamment monochromatique par un filtre *jaune*.

Il convient, bien entendu, dans toute mesure, de faire varier la durée de charge dans de larges limites : la persistance de l'extinction indiquera que la birefringence des deux liquides est complètement établie. Pour ne pas risquer une rupture du gros condensateur, nous ne sommes du reste pas descendus jusqu'à maintenant, pour les durées de charge, au-dessous de 4 à 5.10^{-8} seconde.

Mesures. — Quand les condensateurs de Kerr ne sont pas en circuit, l'étincelle d'éclairage est éteinte. Par mise en circuit, la lumière est en général rétablie. On fait varier l'épaisseur e' jusqu'à retrouver l'extinction. Si B est la constante de Kerr du sulfure de carbone, B' celle du liquide étudié :

$$B' = B\frac{e'^2}{e^2}.$$

Nous avons, à titre d'essai de la méthode, mesuré la biréfringence de l'*eau distillée ordinaire*, encore inconnue, et celle de l'*alcool éthylique* $\Big($pour laquelle les Tables de Leiser et Schmidt indiquent qu'on en ignore le signe et qu'elle est inférieure en valeur absolue à $\frac{B}{5}\Big)$, et des *mélanges d'alcool et d'eau*.

Résultats. — Les biréfringences de l'alcool et de l'eau sont *positives*.

Nous avons, pour des raisons que l'on trouvera exposées ailleurs ([1]), rapporté les résultats obtenus à la concentration en volume de l'alcool dans le mélange (rapport entre la masse c d'alcool, contenu dans un volume V de solution de titre connu, et la masse C d'alcool pur qui remplirait complètement le même volume).

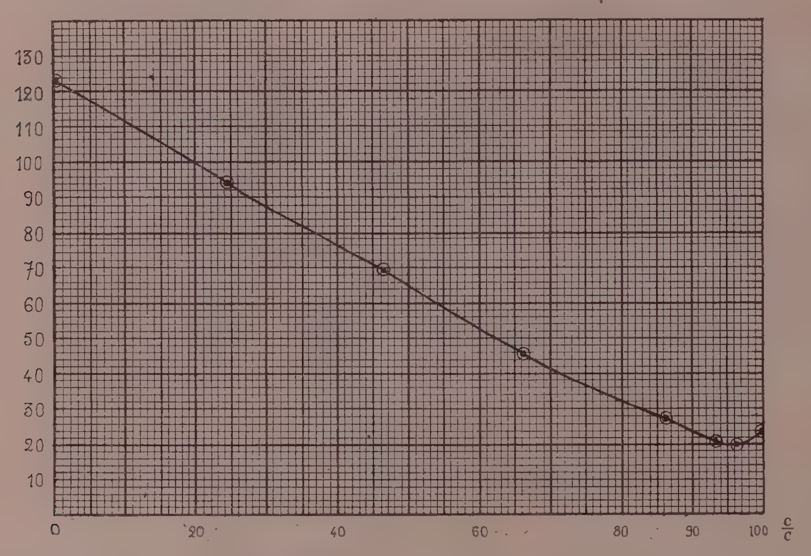
La constante de Kerr du sulfure de carbone est représentée par 100.

$100\frac{c}{C}$	0.	24,2.	46,3.	66,3.	85,5.	93,5.	96,7.	100.
B'	123	94	69,1	45,4	26,8	20,7	20,0	23,8

La température ambiante était de 17°.

([1]) COTTON et MOUTON, *Ann. de Chim. et de Phys.*, t. 30, 1913, p. 321.

Les résultats sont représentés par la courbe ci-dessous. Ils s'expliqueraient en admettant, dans les mélanges d'alcool et d'eau, l'existence d'un complexe



moléculaire, existence qui serait en accord avec la contraction notable observée dans la préparation de ces mélanges.

THERMODYNAMIQUE. — *Étude énergétique d'un système de courants.* Note [1] de M. **Félix Michaud**, présentée par M. E. Bouty.

La théorie donnée par M. A. Liénard dans deux Notes récentes [2] a l'inconvénient de distinguer, dans les expressions de l'énergie interne, de l'entropie et du potentiel thermodynamique d'un système de courants, une part due aux actions électromagnétiques, et que l'auteur évalue indépendamment du reste. Cette façon de faire est assez arbitraire et laisse quelque inquiétude sur sa rigueur, surtout dans les cas complexes; lorsque, par exemple, les dimensions des circuits dépendent de la température, ou encore lorsque les variations de pression changent la perméabilité magnétique du milieu environnant.

---

(1) Séance du 21 février 1921.

(2) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 208 et 323.

Dans un livre paru il y a environ un mois et demi (1), j'ai indiqué une méthode permettant d'établir l'ensemble des équations que donne l'application, à un système réversible quelconque, des principes de l'Énergétique.

Parmi ces équations, les plus intéressantes de beaucoup sont, non pas celles qui donnent l'énergie interne, les différents *potentiels énergétiques* ou l'entropie sous forme intégrée, toutes quantités dépourvues de signification expérimentale directe, mais celles où interviennent, par leurs variations, les seuls facteurs des différents termes de l'énergie.

Ces dernières équations se divisent en deux groupes.

Le premier groupe comprend des équations du type *équation de Clapeyron*. Des règles mnémoniques, que je demande la permission de reproduire ici, permettent de les écrire immédiatement et sans erreur.

1° Elles ont chacune la forme d'une proportion où chacun des termes est une différentielle;

2° Dans cette proportion, les extrêmes sont constitués par les deux facteurs d'un des termes de l'énergie; il en est de même des moyens;

3° Lorsque la différentielle d'un *facteur d'intensité* figure au dénominateur, on met le signe — devant la dérivée;

4° Les lettres qui figurent en indice, et qui indiquent quelles sont les quantités qui restent constantes pendant la dérivation, sont d'abord, mais permutées, celles qui figurent soit aux dénominateurs, soit aux numérateurs; on ajoute ensuite les lettres correspondant aux autres termes de l'énergie, en mettant à volonté, mais pareillement pour chaque dérivée, soit le facteur d'extensité, soit le facteur d'intensité.

Dans le cas qui nous intéresse, les facteurs d'intensité sont : la pression P (2), la température T, les forces X, X′, ..., qui s'exercent entre les circuits, et les *intensités* i_1, i_2, ... des divers courants. Les facteurs d'extensité sont : le volume v, l'entropie s, les déplacements x, x', ... et les flux Φ_1, Φ_2, ... On compte positivement les variations des extensités lorsqu'elles correspondent à une augmentation de l'énergie du système.

Le nombre d'équations différentes — je ne dis pas distinctes — qu'il est ainsi possible d'écrire est considérable. Il est égal, si n est le nombre des

---

(1) *Énergétique générale* (Gauthier-Villars).

(2) Nous nous limitons au cas où le milieu est un fluide homogène; l'extension de la théorie au cas où se trouvent, au voisinage des circuits, des solides, isotropes ou non, n'offrirait pas de difficultés particulières; il suffirait d'introduire les divers coefficients élastiques.

extensités variables, à 8 $(n-1)^2$ multiplié par le nombre des combinaisons de n objets deux à deux.

Parmi ces équations, considérons d'abord celles de la forme

$$\left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial i_2}\right)_{i_1, \mathrm{T}, \mathrm{P}, x, x', \ldots i_3, i_4, \ldots} = \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial i_1}\right)_{i_2, \mathrm{T}, \mathrm{P}, x, x' \ldots i_3, i_4 \ldots}$$

Elles expriment la réciprocité des coefficients d'influence. On peut encore mettre en indice (voir plus haut 4°) Φ_2 et Φ_1 au lieu de i_1 et i_2, s au lieu de T, v au lieu de P, ou enfin Φ_3 et Φ_4, ... au lieu de i_3, i_4, ... On obtient ainsi un ensemble d'équations beaucoup plus générales que celles qu'a écrites M. Liénard, et qui montrent, en particulier, que la réciprocité des coefficients d'influence est encore exacte lorsque, faisant varier l'un des deux courants, on fait simultanément varier l'autre de manière à maintenir constant le flux qui traverse le premier circuit.

Les équations de la forme

$$-\left(\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial i_1}\right)_{x, \mathrm{P}, \mathrm{T}, x', x'', \ldots i_2, i_3, \ldots} = \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial n}\right)_{i_1, \mathrm{P}, \mathrm{T}, x', x'', \ldots i_2, i_3, \ldots}$$

permettent de calculer les forces s'exerçant entre les circuits. Elles contiennent, comme cas particulier, une formule donnée par Maxwell (t. II, p. 261).

Les équations du genre

$$\left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial \mathrm{T}}\right)_{i_1, \mathrm{P}, x, x', \ldots, i_2, i_3, \ldots} = \left(\frac{\partial s}{\partial i_1}\right)_{\mathrm{T}, \mathrm{P}, x, x', \ldots, i_2, i_3, \ldots}$$

définissent la corrélation entre le magnétisme et la température. Une augmentation de champ produit une absorption de chaleur si le milieu est plus *perméable* à chaud qu'à froid, et *vice versa*.

Enfin les équations telles que

$$\left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial \mathrm{P}}\right)_{i_1, \mathrm{T}, x, x', \ldots, i_2, i_3, \ldots} = \left(\frac{\partial v}{\partial i_1}\right)_{\mathrm{P}, \mathrm{T}, x, x', \ldots, i_2, i_3, \ldots}$$

régissent l'effet réciproque de l'aimantation et de la pression. En tenant compte de la convention de signe adoptée pour les différentielles des extensités, on voit que, si la perméabilité du milieu augmente avec la pression, un accroissement de champ produit, à pression constante, une *diminution* de volume.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Actions mutuelles (apparentes) d'aimants et courants plongés dans un liquide magnétique.* Note de M. **H. Chipart**, présentée par M. L. Lecornu.

Sous la dénomination de *systèmes d'aimants et courants*, nous comprendrons tout ensemble de solides invariables pouvant posséder à la fois de l'aimantation permanente et de l'aimantation induite, et pouvant en même temps être parcourus par des courants permanents.

Limitons-nous d'abord à un cas simple, celui de solides homogènes et isotropes dont l'aimantation induite vérifie la loi de Poisson. A l'intérieur de chacun de ces solides U′, U″, ..., les inductions magnétiques $\mathfrak{B}'$, $\mathfrak{B}''$, ... sont liées aux champs $\mathcal{H}'$, $\mathcal{H}''$, ... par les relations (1) :

$$(1) \qquad \mathfrak{B}' = 4\pi J' + \mu'\mathcal{H}', \qquad \mathfrak{B}'' = 4\pi J'' + \mu''\mathcal{H}'', \qquad \ldots,$$

relations dans lesquelles J′, J″, ... représentent les aimantations permanentes, tandis que $\frac{\mu'-1}{4\pi}\mathcal{H}' = \varkappa'\mathcal{H}'$, ... représentent les aimantations induites. Par définition, les constantes μ', μ'', ... représenteront les perméabilités des corps magnétiques U′, U″, ...

Supposons que U′, U″, ... soient plongés dans un liquide U, incompressible, illimité en tous sens et vérifiant la loi $\mathfrak{B} = \mu\mathcal{H}$. Pour maintenir en équilibre les solides U′, U″, ..., il faudra leur appliquer certaines forces extérieures, définies par l'équation du travail (2) :

$$(2) \qquad d\mathcal{T}_e + d\int \frac{\mathfrak{B}^2}{8\pi\mu}\,d\varpi = 0$$

avec

$$(2') \qquad \int \frac{\mathfrak{B}^2}{8\pi\mu}\,d\varpi = \int_U \frac{\mathfrak{B}^2}{8\pi\mu}\,d\varpi + \int_{U'} \frac{\mathfrak{B}'^2}{8\pi\mu'}\,d\varpi + \int_{U''} \frac{\mathfrak{B}''^2}{8\pi\mu''}\,d\varpi + \ldots.$$

Les forces égales et directement opposées aux forces extérieures sont, par définition, les actions subies par les solides U′, U″, ..., plongés dans le liquide magnétique U, ou encore les actions mutuelles apparentes de ces solides.

Au sujet de ces actions mutuelles, les physiciens se sont depuis longtemps proposé de rechercher une règle simple qui permettrait de ramener l'étude de corps plongés dans un liquide à celle de corps placés dans le vide. Des considérations élémentaires d'homogénéité vont fournir la réponse à cette question.

A cet effet commençons par rappeler les équations de la distribution magnétique vérifiées en tout point du système $\mathcal{S}$ formé par le liquide U et les solides U′, U″...; ν, ν', ν'', ... désignant des vecteurs unités dirigés suivant les normales intérieures aux régions U, U′, U″, ... et i', i'', ..., j', j'', ... désignant les densités volumiques et superficielles de courant; nous avons :

1° En tout point de la région U, les équations (3) :

$$(3)\qquad \operatorname{curl}\mathcal{H}=0,\qquad \operatorname{divergence}\mathfrak{B}=0,\qquad \mathfrak{B}=\mu\mathcal{H},\qquad \lim_{R=\infty} R\mathcal{H}=0;$$

2° En tout point de la région U′, les équations (3′) :

$$(3')\qquad \operatorname{curl}\mathcal{H}'=4\pi i',\qquad \operatorname{divergence}\mathfrak{B}'=0,\qquad \mathfrak{B}'=4\pi J'+\mu'\mathcal{H}';$$

3° En tout point de la surface de séparation de U et U′, les équations (4′) :

$$(4')\qquad [\nu\mathcal{H}]+[\nu'\mathcal{H}']=4\pi j',\qquad (\nu\mathfrak{B})+(\nu'\mathfrak{B}')=0.$$

Les équations (3), (3′), (3″), ..., (4′), (4″)... sont homogènes par rapport à μ, μ', μ'', ..., J', J'', ..., $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{B}'$, $\mathfrak{B}''$, ...; elles restent vérifiées quand on divise ces quantités par un nombre α, tout en laissant invariables les i', i'', ..., j', j'', ..., $\mathcal{H}$, $\mathcal{H}'$, $\mathcal{H}''$, ... Désignons par $\mathcal{S}_\alpha$ le nouveau système ainsi défini et comparons les actions subies respectivement par $\mathcal{S}$ et $\mathcal{S}_\alpha$. Observant que $d\mathcal{E}_e$ est homogène du premier degré par rapport à l'ensemble des $\mathfrak{B}$ et μ, nous obtenons ce théorème :

Théorème. — *Quand on passe du système d'aimants et courants $\mathcal{S}$ au nouveau système $\mathcal{S}_\alpha$, le champ magnétique n'est pas modifié, tandis que l'induction magnétique ainsi que les actions mutuelles sont divisées par α.*

Comme corollaire résulte pour $\alpha=\mu$ la règle cherchée :

Règle. — *Pour calculer les actions mutuelles d'aimants et courants plongés dans un liquide illimité dont la perméabilité μ est constante on commencera par faire ce calcul dans l'hypothèse où ces mêmes corps sont placés dans le vide et possèdent des aimantations permanentes ainsi que des perméabilités μ fois plus petites; on multipliera finalement par μ les résultats obtenus.*

Nous nous sommes limité jusqu'ici à l'étude d'un cas particulier, celui de solides homogènes et isotropes à perméabilité constante. Il reste à montrer que les considérations d'homogénéité précédemment invoquées valent dans le cas général. Nous continuerons bien entendu à supposer constante la perméabilité μ du liquide U, mais nous ne ferons aucune hypothèse restrictive concernant la nature des solides U′, U″, ...; ces corps pouvant être ferromagnétiques avec hystérésis, hétérogènes et anisotropes. Quelles que soient les relations vectorielles reliant $\mathfrak{B}'$ à $\mathcal{H}'$, $\mathfrak{B}''$ à $\mathcal{H}''$, ..., les équations de l'équilibre magnétique resteront vérifiées lorsque, laissant i', i'', ..., j', j'', ..., $\mathcal{H}$, $\mathcal{H}'$, $\mathcal{H}''$, ... invariables, on remplacera simultanément μ (perméabilité du liquide) par $\frac{\mu}{\alpha}$ et $\mathfrak{B}'=f'(\mathcal{H}')$, $\mathfrak{B}''=f''(\mathcal{H}'')$, ... par $\mathfrak{B}'=\frac{1}{\alpha}f'(\mathcal{H}')$, $\mathfrak{B}''=\frac{1}{\alpha}f''(\mathcal{H}'')$; ....

Passons maintenant à la comparaison des actions mutuelles : pour maintenir en

équilibre les solides U′, U″, ..., plongés dans le liquide magnétique U, il faudra leur appliquer certaines forces extérieures définies par l'équation du travail (5):

$$(5) \qquad d\mathcal{E}_e + \frac{1}{4\pi}\int_{U+U'+\ldots} (\mathfrak{B}\, d\mathcal{H})\, d\varpi = 0.$$

Il est sous-entendu que, dans cette équation, le vecteur $d\mathcal{H}$ représente la variation du champ $\mathcal{H}$ observée lorsqu'on suit dans son mouvement la particule matérielle, liquide ou solide. De plus, en tout point matériel appartenant à un solide, U′ par exemple, la variation $d\mathcal{H}'$ doit être rapportée à des axes invariablement liés au solide considéré.

A ces résultats vient s'adapter la loi d'homogénéité précédemment invoquée : désignant par $\mathcal{S}_\alpha$ le système qu'on obtient en divisant simultanément par α la perméabilité μ du liquide U ainsi que chacune des fonctions vectorielles $f'(\mathcal{H}')$, $f''(\mathcal{H}'')$, ..., qui caractérisent les corps magnétiques U′, U″, ..., on retrouve dans le cas général le théorème donné plus haut.

Des considérations analogues peuvent être développées en électrostatique : la division par α devra s'appliquer non seulement à la constante diélectrique du liquide polarisable et aux fonctions vectorielles $f'(\mathcal{H}')$, $f''(\mathcal{H}'')$, ..., mais encore aux charges portées par les conducteurs ainsi qu'aux densités de charges électrostatiques permanentes portées par les diélectriques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les propriétés des diagrammes. Courbes représentatives du déplacement de l'équilibre des systèmes chimiques.* Note [1] de M. **Jean Barbaudy**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Soit un système chimique isolé, à température et pression constantes, en équilibre relatif par rapport aux autres facteurs d'énergie, de masse totale constante 100^g, formé de $n+1$ constituants chimiquement indépendants, dont les n concentrations rapportées à la masse totale du système sont respectivement

$$\gamma_1, \quad \gamma_2, \quad \gamma_3, \quad \ldots, \quad \gamma_n,$$

divisé en p phases de masses respectives

$$a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad \ldots, \quad a_n,$$

la composition de la phase i étant donnée par les concentrations x_{ij} rappor-

(1) Séance du 28 février 1921.

tées à 100g de la phase. D'après la loi de Lavoisier, la masse totale du système isolé et celle de chacun des constituants se conserve; on a donc le système de $n+1$ équations linéaires à p inconnues

$$(\mathrm{I})\qquad \left\{\begin{array}{l} a_1 \quad + a_2 \quad + \ldots + a_p \quad = 100, \\ a_1 x_{11} + a_2 x_{21} + \ldots + a_p x_{p1} = 100\gamma_1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ a_1 x_{1n} + a_2 x_{2n} + \ldots + a_p x_{pn} = 100\gamma_n. \end{array}\right.$$

Supposons que le système ait été étudié pour toute une série d'instants donnés; c'est-à-dire qu'on ait étudié une série d'équilibres isothermes ou isobares. L'un des facteurs pression ou température restant fixe, pour que l'équilibre se puisse déplacer de lui-même, il faut que $p < n+2$. Si $p = n+1-\delta$, δ étant un nombre entier positif, on peut tirer δ relations linéaires et homogènes entre les x_{ij} et γ_k indépendantes des a_l, qui fixent les correspondances entre les points figurant la composition globale du système et celles des diverses phases. Ces relations permettent, en les combinant avec celles définissant les surfaces d'équilibre à un instant donné, de se rendre compte de l'évolution de chacune des phases pendant le déplacement de l'équilibre, et d'en déduire toutes les constructions graphiques donnant les masses respectives des phases, soit que la composition globale reste constante ou variable, etc.

Application. — Systèmes quadrivariants : quatre constituants chimiquement indépendants $n = 3$.

Premier cas. — Une seule phase varie d'une manière continue, les autres ne varient que d'une manière discontinue. Exemple : solution aqueuse de trois sels ayant un ion commun (réaction de double décomposition) susceptible d'être en équilibre avec des sels binaires, doubles ou triples anhydres ou hydratés. Le système 1 se réduit à

$$(\mathrm{II})\qquad \left\{\begin{array}{l} a + \mathrm{B} \quad + \mathrm{C} \quad + \mathrm{D} \quad = 100, \\ ax + \mathrm{B}\mathrm{X}_1 + \mathrm{C}\mathrm{X}_2 + \mathrm{D}\mathrm{X}_3 = 100\xi, \\ ay + \mathrm{B}\mathrm{Y}_1 + \mathrm{C}\mathrm{Y}_2 + \mathrm{D}\mathrm{Y}_3 = 100\eta, \\ az + \mathrm{B}\mathrm{Z}_1 + \mathrm{C}\mathrm{Z}_2 + \mathrm{D}\mathrm{Z}_3 = 100\zeta, \end{array}\right.$$

a désignant la masse de la solution, B, C, D celles des sels solides qui peuvent exister, pour qu'à un instant donné l'équilibre soit invariant.

La solution étant sous-saturée, le point figurant sa composition reste immobile quand la température décroît. Le sel 1 apparaissant, il existe deux relations entre les équations II, les points $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$, $C(\xi, \eta, \zeta)$,

$\sigma(x, y, z)$ sont en ligne droite. Lorsque l'équilibre se déplace, à pression constante, le point σ décrit S_1C jusqu'au point où cette droite coupe la surface $\Sigma_{1,2}$ isobare d'équilibre triphase des sels 1, 2 avec la solution. Puis le point σ décrit la courbe plane Γ intersection de $\Sigma_{1,2}$ avec le plan π défini par les points $C(\xi, \eta, \zeta)$, $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$, $S_2(X_2, Y_2, Z_2)$ jusqu'à l'instant où cette courbe vient couper la ligne où sont en équilibre quatre phases : la solution et les sels 1, 2, 3. A partir de cet instant la courbe de refroidissement quitte le plan π et la composition de la phase liquide devient indépendante de la composition globale ξ, η, ζ du système.

Deuxième cas. — Ces quatre phases peuvent varier d'une manière continue. Exemples : solution aqueuse de trois sels ayant un ion commun (réaction de double décomposition) susceptible d'être en équilibre avec trois séries de cristaux mixtes; solubilité quadruple de quatre constituants; phase gazeuse en équilibre avec un mélange double et des cristaux mixtes ou avec une solution triple, etc.

Pour fixer les idées, raisonnons dans le cas d'une solution aqueuse de trois sels susceptible de déposer trois séries de cristaux mixtes.

Les équations (II) sont valables, mais pour un instant donné, car les X, Y, Z sont maintenant des variables comme les x, y, z.

A composition globale constante la solution saturée dépose bien des cristaux 1 et les points $S_1(X, Y, Z)$, $C(\xi, \eta, \zeta)$, $\sigma(x, y, z)$ sont en ligne droite à chaque instant; mais la droite $S_1\sigma$ pivote autour du point C qui est fixe, car S_1 varie et décrit pendant le refroidissement une courbe comme le point figuratif de la solution.

Lorsque les cristaux 2 apparaissent, les points $S_1(X, Y, Z)$, $C(\xi, \eta, \zeta)$, $\sigma(x, y, z)$ cessent d'être en ligne droite à chaque instant; mais les points $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$, $S_2(X_2, Y_2, Z_2)$, $\sigma(x, y, z)$ sont toujours, à un instant donné, dans un plan π qui pivote lorsque l'équilibre évolue autour du point $C(\xi, \eta, \zeta)$, celui-ci restant fixe. Le point σ reste à l'intersection du plan π avec la surface qui représente les compositions des solutions saturées à la fois par rapport aux cristaux S_1 et S_2. Enfin, lorsque les cristaux 3 apparaissent, la composition de la solution évolue suivant la ligne triple et devient indépendante de la composition globale ξ, η, ζ.

De telles courbes de refroidissement sont des isobares à composition globale constante. On pourrait étudier de même des courbes de détente isotherme. On relève l'importance que joue, dans le déplacement de l'équilibre des systèmes de variance supérieure à l'unité, le point fixe représentatif de la composition globale.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'action des additions sur l'anomalie de dilatation des ferronickels; application aux alliages fer-nickel-chrome.* Note (¹) de M. P. CHEVENARD, présentée par M. H. Le Chatelier.

On peut interpréter l'anomalie des ferronickels réversibles (et, d'une manière générale, celle de la plupart des substances ferromagnétiques : cémentite, magnétite, etc.) par la transformation thermique progressive et réversible d'une forme, stable à froid, en une autre, stable à chaud, entièrement miscible avec la première mais de densité différente : cette transformation débute aux très basses températures, acquiert sa plus grande rapidité au voisinage du point de Curie, et ne s'achève que notablement au-dessus de cette température.

Pour caractériser numériquement l'intensité de l'anomalie d'un ferro-

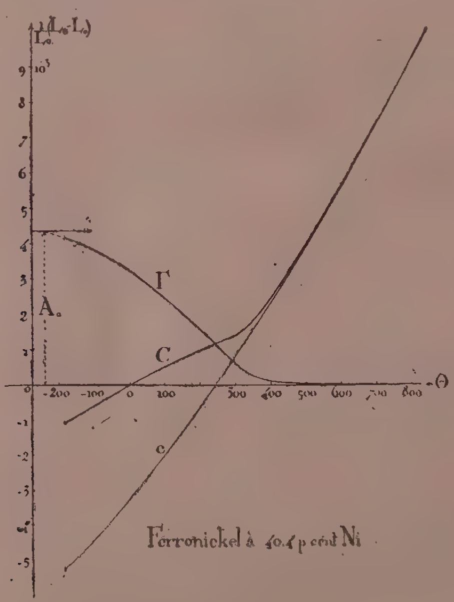


Fig. 1.

nickel, j'ai adopté *l'amplitude totale du changement relatif de longueur* résultant de la transformation, dégagé de la dilatation normale.

Je rapporte la courbe expérimentale de dilatation C (*fig.* 1), déterminée

(¹) Séance du 28 février 1921.

entre $-183°$ et $+900°$, à une courbe hypothétique normale c [1], qui se confond avec la première aux températures élevées, où la transformation est achevée; puis la courbe différence, Γ, ainsi obtenue, a été extrapolée jusqu'au zéro absolu, en prenant pour guide le postulat de Nernst [2] : l'ordonnée à l'origine est l'anomalie totale A_0.

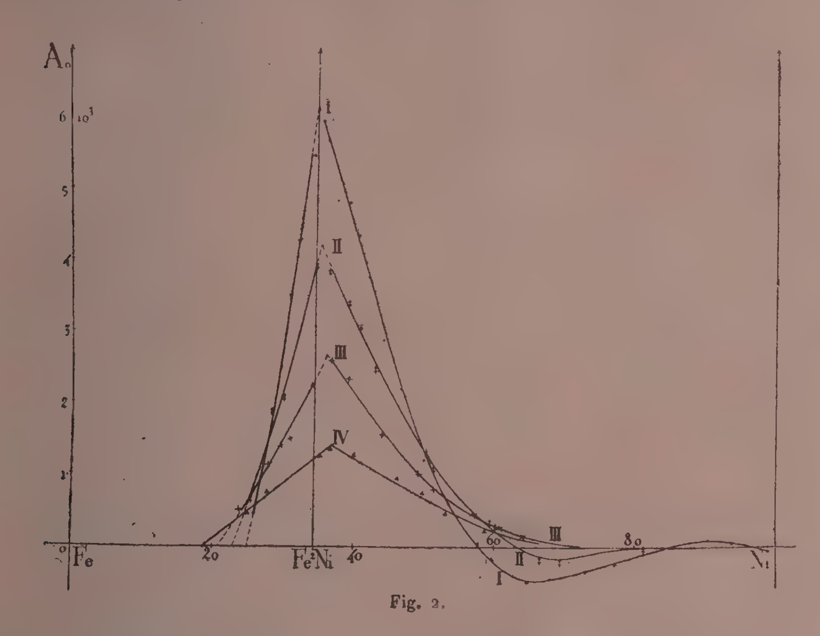


Fig. 2.

Dans certains ferronickels, le domaine de l'état austénitique, où se produit la transformation réversible, est tronqué par le changement allotropique Ar. Il est possible, cependant, de calculer l'anomalie totale de ces alliages comme si l'état austénitique était prolongé jusqu'au zéro absolu : pour reculer l'apparition de la transformation Ar, j'ai eu recours soit à des refroidissements très rapides (hypertrempes), soit à de petites additions de

(1) La méthode de détermination des courbes normales sera exposée dans un Mémoire d'ensemble. Comme aux températures élevées, la dilatabilité des différents ferronickels varie d'une façon continue et, d'ailleurs lentement avec la composition, les erreurs systématiques qui ont pu être commises dans le tracé des courbes normales affectent d'une quantité sensiblement constante l'anomalie totale des divers alliages, au voisinage du maximum de la courbe A_0; par suite, elles ne peuvent modifier sensiblement la position de celui-ci.

(2) D'après ce postulat, la courbe différentielle aboutit normalement à l'axe des ordonnées au voisinage du zéro absolu.

chrome, dont il était facile de corriger l'action sur l'anomalie réversible, à l'aide des données recueillies dans l'étude systématique de la dilatation des ferronickels chromés.

Dans le cas des ferronickels purs ([1]), la courbe A_0 (courbe I, *fig.* 2), qui traduit la variation de l'anomalie totale en fonction de la composition, s'élève avec rapidité à partir d'un point d'abscisse 25 pour 100 Ni, teneur pour laquelle le point de Curie s'approche du zéro absolu; elle atteint un maximum très accusé, probablement même un véritable point anguleux, pour une proportion de nickel correspondant au composé Fe^2Ni, puis redescend au delà.

A partir de 58 pour 100 Ni, la courbe expérimentale de dilatation est rencontrée par la courbe normale, et le signe de A_0 s'inverse; enfin, de 80 à 99 pour 100 Ni, l'anomalie totale change deux fois de signe, mais conserve une très faible intensité.

Les courbes II, III et IV, relatives aux alliages renfermant 5, 10 et 15 pour 100 de chrome, ont, dans leur ensemble, même forme que la première :

Si l'on projette sur le plan du diagramme triangulaire Fe-Ni-Cr les points culminants des courbes A_0, les points obtenus se disposent à peu près sur une droite qui, partant de Fe^2Ni, se dirige vers un point de la ligne NiCr dont l'abscisse est approximativement 40 pour 100 Ni. Or, d'après le diagramme de solidification des alliages nickel-chrome établi par Voss ([2]), l'existence du composé Ni^2Cr^3 paraît probable.

L'hypothèse de la formation de Ni^2Cr^3 peut expliquer l'action « diluante » intense que le chrome exerce sur l'anomalie des ferronickels. C'est par une hypothèse analogue, invoquant la formation de cémentite (Fe^3C), que M. Ch.-Éd. Guillaume ([3]) a réussi à interpréter l'action considérable de très petites quantités de carbone sur le changement du minimum de dilatabilité et sur l'instabilité des ferronickels.

([1]) Ferronickels préparés par les méthodes industrielles, aussi exempts que possible d'impureté, et tenant pour principale addition la petite quantité de manganèse indispensable au forgeage : 0,3 à 0,7 pour 100 Mn.

([2]) Dans ce diagramme, les deux branches du liquidus et les deux branches du solidus aboutissent à un point anguleux commun dont l'abscisse, 42 pour 100 Ni, est voisine de la teneur en nickel de Ni^2Cr^3 (42,93 pour 100 Ni).

([3]) *Comptes rendus*, 1920, t. 170, p. 1433, et t. 171, p. 1039.

CHIMIE MINÉRALE. — *A propos d'une systématique des molybdates.* Note de M. S. **Posternak**, présentée par M. L. Maquenne.

Dans deux Notes parues dans ce recueil [1], Forsén développe une systématique des polymolybdates incompatible avec les résultats des recherches expérimentales que j'y ai publiées antérieurement [2].

Forsén ne fait, en somme, que reprendre la tentative récente de Rosenheim [3] d'exprimer la composition de ces sels complexes par les formules de deux acides hypothétiques, aquohexa et aquododécamolybdique,

$$H^{10}[H^2(MoO^4)^6] \quad \text{et} \quad H^{10}[H^2(Mo^2O^7)^6],$$

dont les polymolybdates ne seraient que des sels plus ou moins saturés. J'ai eu déjà l'occasion de m'expliquer à leur sujet.

Forsén adopte tacitement le deuxième de ces acides $M^{12}O^{42}H^{12}$, en le désignant sous le nom d'acide métamolybdique. Il se contente de la moitié du premier qui devient $Mo^3O^{12}H^6$ et est censé exprimer, sous cette nouvelle forme, la vraie nature de l'acide molybdique, auquel, sans aucune preuve à l'appui, et bien inutilement, il attribue une structure cyclique.

Tandis que Rosenheim, conscient de la difficulté de la tâche, se préoccupe des faits contraires, connus à l'époque, et conserve le groupe d'isopolysels, pour y ranger les décamolybdates, Forsén affirme catégoriquement « qu'on peut faire dériver tous les molybdates connus de deux acides » choisis par lui.

Or il est de toute évidence qu'on ne trouve de place, dans un tel système, ni pour les penta (anciennement déca), ni pour les hepta ou paramolybdates dont l'existence ne peut plus faire de doute depuis la préparation du sel hexammonique anhydre et des heptamolybdates tri et monoammonique, ni enfin, pour les undéca et tridécamolybdates hexabasiques. Ces sels, que j'ai décrits récemment, sont tous cristallisés, faciles à préparer et à analyser.

Comme son précurseur, Forsén s'occupe des paramolybdates, mais très superficiellement. Pour lui, ces sels parfaitement cristallisés et analysés avec des résultats concordants par plusieurs auteurs (Zenker, Delafontaine,

---

(1) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 215 et 327.

(2) *Comptes rendus*, t. **171**, 1920, p. 1058 et 1213; t. **172**, 1921, p. 114.

(3) *Zeitsch. f. anorg. Chemie*, t. **96**, 1916, p. 139.

Ullik) n'ont pas de composition définie. Les paramolybdates de sodium (jusqu'ici on n'en connaissait qu'un seul) seraient des sels mixtes. Pour les faire rentrer dans le système, il les formule

$$Mo^3O^{12}Na^3H^3.8H^2O + Mo^3O^{12}Na^2H^4.8H^2O$$

sans s'apercevoir que cette expression demanderait 25,62 pour 100 d'eau. Je rappelle que les nombreux dosages publiés varient au maximum de 24,85 à 25,13; mes propres analyses m'ont donné 24,84 et 24,87 pour 100 d'eau. On calcule 24,90 pour la formule de Delafontaine

$$3Na^2O.7MoO^3 + 22H^2O,$$

et 25,15 pour 100 pour celle de Rosenheim

$$5Na^2O.12MoO^3 + 36H^2O.$$

Voilà donc une systématique qui écarte, dès sa première confrontation avec les faits, la majeure partie des polymolybdates connus! Ce qui est encore plus extraordinaire, c'est que, basée sur un raisonnement inexact, elle ne systématise, sauf les orthomolybdates, que des composés imaginaires.

Forsén pense que, puisque les orthomolybdates sont neutres et les polymolybdates acides à la phtaléine du phénol, ceux-ci sont des sels non saturés de ceux-là. La formule généralement attribuée aux orthomolybdates M^2MoO^4 n'admettant théoriquement qu'une série unique de sels acides, il la triple arbitrairement et obtient ainsi les cinq séries suivantes de sels à acidité croissante :

$$Mo^3O^{12}M^5H, \quad Mo^3O^{12}M^4H^2, \quad Mo^3O^{12}M^3H^3, \quad Mo^3O^{12}M^2H^4, \quad Mo^3O^{12}MH^5,$$

qui représentent, dans son esprit, autant de groupes de polymolybdates réellement existants.

Or on chercherait en vain, dans la littérature, un seul exemple correspondant à une quelconque de ces cinq séries. Même les trimolybdates bimétalliques des auteurs, auxquels on pourrait songer un instant, sont moins riches en eau constitutive; les sels acides de composition ci-dessus n'existent pas.

J'ai montré, en effet, que les polymolybdates hexabasiques saturés ne se transforment pas, sous l'influence des acides minéraux, en sels acides, mais en homologues supérieurs également saturés et de plus en plus condensés. Ce n'est qu'à la limite de condensation, qui est atteinte par la formation du

complexe *tridécamolybdique*, qu'il devient possible de préparer des sels acides de ce dernier.

Inversement, en ajoutant de l'alcali aux solutions de ces sels, on diminue la complexité des polymolybdates jusqu'à leur transformation intégrale en trimolybdates hexabasiques saturés (anciennement orthomolybdates) qui représentent le premier terme de toute la série. On voit qu'avant Forsén, j'ai été amené a tripler la formule de ces derniers, mais pour des raisons autrement probantes, énumérées ailleurs.

C'est là aussi la vraie cause de l'acidité *apparente* à la phtaléine du phénol des polymolybdates hexabasiques saturés. Elle a son pendant dans l'alcalinité également apparente des mêmes sels vis-à-vis de l'hélianthine, fait non encore signalé et pouvant paraître paradoxal *a priori*, surtout pour les orthomolybdates, considérés jusqu'ici comme semblables aux sulfates neutres.

Pour faire virer au rose l'hélianthine, il faut employer environ $4^{éq},5$ d'acide minéral pour les ortho (formule triplée), $1^{éq},7$ pour les heptamolybdates, $0^{éq},4$ pour le nona et $0^{éq},1$ pour l'undécamolybdate d'ammonium.

Les polymolybdates tétrabasiques (deuxième groupe établi par moi et dérivant du premier par dislocation hydrolytique) peuvent, par contre, exister à l'état acide, quel que soit le nombre de leurs chaînons molybdiques. Les sels monométalliques solubles de ce groupe colorent nettement en bleu le papier de Congo.

Je serai bref en ce qui concerne l'acide métamolybdique de Forsén, qui fut imaginé par Rosenheim pour englober les octo et les tétramolybdates dans le même système.

J'ai prouvé, sur l'exemple des sels d'ammonium, que les octomolybdates d'Ullik ne sont que des tétramolybdates tétrabasiques monométalliques et que les tétramolybdates des auteurs sont effectivement des dodécamolybdates hexabasiques, de formule $3R^2O.12MoO^3$, n'ayant cependant rien à voir avec l'acide aquododéca ou métamolybdique qui contient 3^{mol} d'eau constitutive en trop.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur l'entraînement de la chaux et de la magnésie par les précipités d'oxyde chromique.* Note de M. **Er. Toporescu**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dans deux Notes précédentes [1], je me suis occupé d'étudier l'entraînement de différents oxydes par les précipités d'oxyde ferrique, en vue de déterminer quels sont les facteurs déterminant le phénomène et d'établir des méthodes permettant de séparer l'oxyde de fer des substances entraînées. Dans cette Note, je me propose d'étudier l'entraînement de la chaux et de la magnésie par l'oxyde de chrome, dans le but de reconnaître si le phénomène d'entraînement est d'ordre chimique ou physique.

Les précipitations ont été toutes faites à l'ébullition en ajoutant à 50^{cm^3} de solution 5^{cm^3} d'ammoniaque concentrée; on laisse ensuite refroidir et l'on filtre. Dans toutes ces précipitations, l'oxyde de chrome est toujours mis en présence d'un excès de sels solubles.

Entraînement de la chaux. — La solution de chlorure de calcium contenait 7,74 pour 100 de sel et celle de chlorure de chrome 1,152 pour 100, en variant les proportions de manière à avoir toujours 50^{cm^3} de solution.

Composition.				
Solution.		Précipité.		
Cl^2Ca.	Cl^3Cr.	CaO.	Cr^2O^3.	CaO.
cm³	cm³	g	g	pour 100
1	5	0,0221	0,0276	80
2	»	0,0259	»	93,8
2,5	»	0,0307	»	111,2
3,5	»	0,0290	»	105,1
5,5	»	0,0319	»	115,6
7,5	»	0,0281	»	101,8

Composition.				
Solution.		Précipité.		
Cl^2Ca.	Cl^3Cr.	CaO.	Cr^2O^3.	CaO.
cm³	cm³	g	g	pour 100
10	5	0,0298	0,0276	107,9
2,5	2,5	0,0159	0,0128	124,2
»	5	0,0307	0,0276	111,2
»	7,5	0,0355	0,0394	90,1
»	10	0,0396	0,0550	72

On peut voir dans ce Tableau que la quantité de chaux entraînée croît avec la concentration de la solution en chlorure de calcium et tend vers une limite qui correspond à 108,3 pour 100 du poids de l'oxyde de chrome. En cherchant à voir si cet entraînement limite correspond à une combinaison chimique, on trouve qu'elle correspond à un chromite qui renferme pour une molécule d'oxyde de chrome trois molécules de chaux $Cr^2O^3, 3CaO$. Pelouze, dans son travail [2], donne comme formule de ce

(1) *Comptes rendus*, t. **170**, 1920, p. 1251 et t. **171**, 1920, p. 303.

(2) *Ann. Chim. Ph.*, 3e série, t. **33**, p. 9.

chromite Cr^2O^3, $2CaO$, formule inexacte, car il avait opéré dans des conditions où l'entraînement de la chaux n'était pas maximum.

On peut enlever toute la chaux entraînée en lavant sur le filtre le précipité avec une solution bouillante à 5 pour 100 d'azotate d'ammonium.

Entraînement de la magnésie. — Les solutions qui m'ont servi pour faire les précipitations ont les concentrations suivantes : celle de sulfate de magnésium, 4,92 pour 100 et celle de sulfate de chrome, 1,79 pour 100. Pour empêcher la précipitation directe de la magnésie par l'ammoniaque, j'ai introduit dans les solutions une quantité constante de chlorure d'ammonium égale à 2 pour 100.

Composition.				
Solution.		Précipité.		
SO^4Mg.	$(SO^4)^3Cr^2$.	MgO.	Cr^2O^3.	MgO.
cm³	cm³	g	g	pour 100
2,5	5	0,0290	0,0347	83,5
5	»	0,0357	»	102,8
7,5	»	0,0381	»	110
10	»	0,0407	»	117,3
15	»	0,0418	»	120,4
20	»	0,0455	»	131,1
25	»	0,0506	»	146

Composition.				
Solution.		Précipité.		
SO^4Mg.	$(SO^4)^3Cr^2$.	MgO.	Cr^2O^3.	MgO.
cm³	cm³	g	g	pour 100
5	5	0,0357	0,0347	102,8
»	7,5	0,0465	0,0510	91,1
»	10	0,0584	0,0698	83,7
»	12,5	0,0680	0,0880	77,3
»	15	0,0745	0,1052	70,8

On voit que l'entraînement de la magnésie est notable, mais irrégulier, et augmente avec la concentration en sulfate de magnésium. Cette irrégularité dans l'entraînement est due à la quantité de chlorure d'ammonium qui se trouve dans la solution primitive. En saturant la solution en chlorure d'ammonium, cet entraînement atteint une limite :

$(SO^4)^3Cr^2$.	SO^4Mg.	Cr^2O^3.	MgO.	MgO.
cm³	cm³	g	g	pour 100
5	10	0,0224	0,0210	93,7
»	25	0,0258	0,0264	102,3
»	45	0,0256	0,0265	103,4
»	sat.	0,0201	0,0244	121,3
conc. arbitr.	»	0,0456	0,0523	114,4
»	»	0,0442	0,0545	123,3
»	»	0,0536	0,0618	115,3

Cette limite correspond à un chromite bien déterminé qui a comme formule Cr^2O^3, $3MgO$.

Pour débarrasser le précipité de la magnésie entraînée, on lave plusieurs fois par décantation le précipité avec une solution bouillante d'azotate d'ammonium 5 pour 100.

On voit que dans ces deux expériences le phénomène de l'entraînement apparaît comme d'ordre chimique.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Dosage du maltose ou du lactose en présence d'autres sucres réducteurs (emploi de la liqueur de Barfœd).* Note de M. **Legrand**, présentée par M. L. Lindet.

L'emploi de la liqueur de Barfœd ([1]) (1 partie d'acétate neutre de cuivre dans 15 parties d'eau, dont on prend 200^{cm^3} pour ajouter 5^{cm^3} d'acide acétique à 38 pour 100) offre, pour le dosage du maltose ou du lactose, en présence des autres sucres réducteurs, une ressource que l'on méconnaît d'ordinaire. Les monoses (glucose, lévulose, galactose) réduisent en effet l'oxyde cuivrique de cette liqueur, les bioses (maltose, lactose) ne le réduisent pas. On peut donc obtenir la quantité de maltose ou de lactose contenue dans une solution sucrée, par différence entre la somme des monoses et des bioses déterminés par la liqueur de Fehling et la quantité de monose obtenue par la liqueur de Barfœd.

Sieben ([2]), pour éviter de former, par évaporation de l'acide acétique, un sel basique et pouvoir détacher du verre l'oxydule de cuivre déposé, chauffait les liqueurs en vase scellé, pendant trois jours, au bain-marie à 40°. J'ai préféré chauffer à l'ébullition pendant 3 minutes dans un vase conique, et j'ai constaté que, dans ces conditions, la perte d'acide acétique, qui n'est que de 4 pour 100, n'influe pas sur le résultat et n'entraîne pas la formation du sel basique. J'ai opéré sur des quantités constantes d'acétate de cuivre à une concentration favorable, soit : 5^{cm^3} de solution sucrée (contenant au plus $0^g,100$ de sucre) et 15^{cm^3} de liqueur de Barfœd.

L'oxydule de cuivre est recueilli sur un filtre ordinaire, et, suivant les indications de M. Gabriel Bertrand, je dose le cuivre volumétriquement par le sulfate ferrique et le permanganate. J'ai ainsi établi des courbes donnant le poids de cuivre réduit en fonction de quantités connues de monoses, et je me suis assuré que le maltose et le lactose, seuls ou en mélange avec des monoses, ne réduisaient pas l'oxyde de cuivre dans les conditions précisées plus haut.

I. J'ai appliqué la méthode précédemment décrite, à l'étude de certains liquides, dans lesquels le maltose se trouvait en présence de glucose ou de lévulose.

Moûts de saccharification. — Dans des moûts de maïs et de seigle, saccha-

---

([1]) Barfœd, *Organische Analyse qualitative* (Copenhague, 1881).

([2]) Sieben, *Z. d. Ver. für d. Rubenzucker Ind.*, t. 34, 1884, p. 837-853.

rifiés par de l'extrait de malt ou par la ptyaline de la salive, j'ai dosé simultanément le maltose et le glucose, provenant du dédoublement du maltose par la maltase.

Grains en germination (*orges et sarrasins*). — Les grains ont été broyés et triturés dans de l'eau contenant du bisulfate de mercure pour empêcher les diastases d'agir, et pour précipiter les matières azotées, l'excès de bisulfate étant éliminé par de l'eau de baryte. De toutes mes analyses portant sur ces grains à différents stades de germination industrielles (Distillerie Maisons-Alfort), j'ai conclu à l'existence, quelquefois contestée, du maltose dans ces grains, et par conséquent d'une saccharification interne. J'ai remarqué ainsi que la proportion de maltose par rapport aux autres sucres réducteurs semblait diminuer pendant la germination, ainsi que l'indique le Tableau ci-dessous.

Germes de pommes de terre. — En opérant de la même manière sur ces germes, j'ai trouvé des quantités assez importantes de maltose.

La présence simultanée de maltose et de glucose dans tous les liquides analysés a été vérifiée par l'acétate de phénylhydrazine.

	Grains d'orge en germination. — Pour 100 de grains secs.			Grains de sarrasin en germination. — Pour 100 de grains secs.		Germes de pommes de terre — Pour 100 de matière sèche.
	Sortant du trempage.	4 jours de germination.	8 jours de germination.	4 jours de germination.	8 jours de germination.	
Maltose........	0,14	1,04	0,83	0,32	0,08	1,00
Autres sucres réducteurs........	0,24	1,53	1,80	0,65	1,18	4,80
Maltose / Sucres réducteurs	0,60	0,69	0,46	0,49	0,06	0,22

II. Pour le dosage du lactose en présence d'autres sucres réducteurs, je me suis adressé à des laits plus ou moins altérés. Ils avaient été conservés pendant un assez long temps, au bichromate, pour être ensuite expertisés. Dans ces conditions, le lactose avait subi une hydrolyse partielle en glucose et galactose.

Les pouvoirs réducteurs de ces sucres étant supérieurs à celui du lactose anhydre, on ne peut estimer exactement la quantité de sucre contenue dans le lait et calculer l'extrait sec total au moyen de tous les éléments dosés séparément.

J'ai pensé que le dosage de ces deux monoses pouvait être rendu facile en employant la liqueur de Barfœd.

Il m'a fallu d'abord déterminer les poids de cuivre précipité par des quantités connues de glucose et de galactose mélangées en mêmes proportions; puis trouver, par la liqueur de Fehling combien de glucose correspondait au lactose non hydrolysé, et enfin convertir cette dernière quantité de glucose en lactose anhydre, en multipliant celle-ci par le coefficient 1,353.

A l'aide du pouvoir rotatoire, j'ai pu vérifier mes résultats et pour trois échantillons de lait (certainement mouillés) déféqués au bisulfate de mercure et saturés par la baryte, j'ai obtenu :

Pour 100 *de lait.*

	Lactose anhydre			
	par pouvoir réducteur.	par pouvoir rotatoire.	Glucose + galactose.	Somme des sucres réducteurs.
Premier échantillon	2,14	2,40	1,53	3,67
Deuxième échantillon ...	2,83	2,94	0,69	3,52
Troisième échantillon....	2,07	2,26	1,93	4,00

Cette même méthode est, d'autre part, la seule qui puisse être appliquée à la détermination de la quantité de saccharose transformée en sucre inverti dans des laits concentrés.

La liqueur de Barfœd peut être utilisée dans les brasseries et les distilleries de grains et par les chimistes de la répression des fraudes.

GÉOLOGIE. — *Les changements de climat du Sahara pendant le Quaternaire.* Note de M. R. **Chudeau**, présentée par M. H. Douvillé.

Dans une Note précédente, j'ai cherché à indiquer les grands traits de l'hydrographie ancienne du Sahara occidental et central. Le Sahara oriental, moins bien connu, semble assez différent (¹) et nous le laisserons de côté. Il reste à fixer à quelle date est mort ce réseau hydrographique. Cette date n'est pas très lointaine : un premier témoignage est fourni par les oueds eux-mêmes dont les berges sont souvent bien conservées; l'archéologie fournit d'autres preuves : certains groupes de tombes monumentales, dont la construction a visiblement exigé un long travail, se trouvent dans les tanezrouft, parties du désert où tout séjour est actuellement impossible; des meules à broyer le grain, trop lourdes pour être transportables, se

(¹) E.-F. Gautier, *Ann. de Géographie*, 1919, p. 401-413.

rencontrent dans des conditions analogues; elles suggèrent l'existence de villages d'agriculteurs sédentaires en des points où les pasteurs ne peuvent plus que passer rapidement.

La stratigraphie du Quaternaire soudanais est inconnue; sur celle du Sahara, on n'a que quelques indications fragmentaires; malgré de nombreuses recherches, l'échelle des mammifères du Quaternaire algérien n'est pas établie avec précision. Les points de repère certains font donc défaut et l'exposé suivant comporte une large part d'hypothèses.

On sait que la météorologie théorique enseigne que, au voisinage des tropiques, doivent exister des zones où les pluies sont rares (déserts); au sud de cette zone, dans l'hémisphère boréal, se rencontrent des régions à pluies d'été; au nord, des régions à pluies d'hiver. Cette disposition des climats, qui dépend de causes astronomiques permanentes, doit *a priori* être fort ancienne. En fait, on sait que, depuis l'Oligocène, l'Algérie est un pays de chotts; elle avait donc, comme maintenant, un climat sec, un climat de steppes; on sait, avec plus de précision, « que la direction des vents dominants et la répartition des pluies entre les saisons n'ont pas varié d'une façon appréciable depuis la fin du Pliocène ancien » [1]. Mais il y a eu des variations dans la quantité des pluies. En Berbérie, les dernières périodes humides correspondent au Paléolithique ancien (Chelléen) et moyen (Moustérien), périodes de grande extension des glaciers en Europe, et par suite de hautes pressions au nord de la Méditerranée.

On peut admettre qu'à cette époque, la zone des calmes tropicaux était plus méridionale qu'actuellement et qu'il pleuvait au Sahara; le désert s'étendait sur la zone sahélienne et le nord du Soudan où il est encore indiqué par les Ergs fossiles qui couvrent ces régions et que j'ai pu suivre du Sénégal au Tchad; leur limite nord se trouve au voisinage de 18° lat. N. à la limite sud du Sahara actuel.

En même temps que les glaciers reculaient en Europe, les zones de climat remontaient vers le Nord et venaient occuper progressivement leur position actuelle; la pluie cessait de tomber régulièrement au Sahara et les fleuves ne coulaient plus que d'une manière accidentelle. Ces crues espacées permettaient cependant la vie le long de certains thalwegs, en des points choisis, comme elles la permettent encore dans quelques oasis.

Peu à peu les dunes sont venues barrer les vallées, frappant de mort tout ce qui était à l'aval : une dune, établie à Foum El Kheneg (29° lat. N.)

---

[1] Général DE LAMOTTE, *Congrès géologique de Mexico*, 1906, p. 446.

à travers le lit de la Saoura, a arrêté les crues de 1903 et de 1906; un canal y a été creusé et la crue de 1911 est parvenue à 70^{km} plus au sud, à Haci Djehebel. Ce mécanisme a dû jouer fréquemment.

Quant aux fleuves qui, comme le Niger, descendaient des hauteurs voisines du golfe de Guinée, où il a toujours plu, et aboutissaient au Sahara, il semble qu'ils ont surtout été victimes de phénomènes de capture; j'ai montré ailleurs comment le Taffassasset avait capté le Niger probablement au Paléolithique, vers la fin de la période glaciaire [1].

J'ai indiqué aussi antérieurement [2] comment au Sahara, où l'érosion fluviale ne joue plus, des mouvements tectoniques avaient modifié la pente de certaines vallées, au point d'empêcher les rivières de couler.

Cette mort progressive des oueds, due à des causes mécaniques et non plus climatiques, explique que pendant longtemps, pendant le Néolithique et même pendant les temps historiques, des sédentaires aient pu se maintenir dans des vallées aujourd'hui inhabitables.

Cette histoire de l'hydrographie ancienne du Sahara explique bien comment les Vertébrés et les Mollusques aquatiques d'origine éthiopienne ont pu pénétrer jusqu'aux confins de la Berbérie; elle explique aussi comment une flore méditerranéenne a pu s'établir sur les hauteurs du Sahara central; quand les oueds sahariens coulaient, cette flore a pu les suivre au loin vers le Sud; lorsque, avec le recul des glaciers, ils se sont asséchés, les espèces méditerranéennes ont dû se retirer vers le Nord ou émigrer sur les hauteurs; par un phénomène parallèle, la flore des Alpes et des Pyrénées présente des formes communes avec l'extrême nord de l'Europe.

Le Sahara occidental jusqu'à 200^{km} ou 300^{km} de l'Atlantique est un peu moins aride que le Sahara central; les oueds ont dû s'y assécher un peu plus tard; l'Hippopotame aurait vécu dans la Seguiert El Homra jusqu'à l'époque romaine [3]; encore actuellement, la forêt d'Arganiers de l'Ouest marocain contient de nombreux Mammifères à affinités éthiopiennes [4]; j'ai montré ailleurs que, dans le Rio de Oro, et même dans le nord de l'Adrar, à côté d'espèces sahariennes qui dominent, se rencontrent mélangées de nombreuses plantes originaires de la Méditerranée et du Soudan.

La dessiccation du Sahara, causée essentiellement par un changement de climat coïncidant avec la fin de la période glaciaire, s'est achevée par des

---

(1) *Ann. de Géographie*, janvier 1919, p. 52-60.
(2) *Bull. Soc. géol. Fr.*, 4e série, t. 18, 1918, p. 81.
(3) Joleaud, *Bull. Soc. géol. Fr.*, 4e série, t. 20, 1920, p. 13-26.
(4) Joleaud, *Bull. Soc. zool. Fr.*, t. 43, 1918, p. 83-102.

causes mécaniques (barrages des oueds par des dunes, captures, mouvements tectoniques); ces derniers phénomènes ont agi plus rapidement dans le désert de Libye que dans le Sahara central et surtout occidental, où l'élevage des bœufs accompagne encore celui des chameaux entre le Sénégal et le Maroc.

Le réseau hydrographique saharien, tel qu'il est reconstitué actuellement, était le résultat d'une longue évolution, dont il est encore impossible de reconstituer les phases; les faits connus sont trop peu nombreux. Il existe des traces de terrasses : près de Taourirt (Bas Touat) et dans le nord de l'Ahnet, des couches à *Cardium edule* sont en place à 5^m au-dessus des thalwegs actuels; en Mauritanie et dans l'Azaouad, des calcaires quaternaires lacustres sont entaillés (jusqu'à 15^m) par l'érosion fluviale ([1]).

Les falaises gréseuses du cap Blanc sont des dépôts d'estuaire, indiquant un fleuve important dont les traces ne se retrouvent pas en Mauritanie; l'existence dans ces grès et aux Canaries d'*Helix Gruveli*, qui appartient à un groupe canarien, permet de croire que ce fleuve prenait sa source dans l'archipel avant l'effondrement de l'Atlantide; cette opinion est renforcée par l'existence de quelques plantes canariennes sur le littoral atlantique du Sahara et de quelques mollusques ([2]). Et ceci nous reporte probablement au début des temps quaternaires.

BOTANIQUE. — *Le dimorphisme des éléments chromosomiques chez* le Polypodium Schneideri *pendant les périodes de télophase et d'interphase*. Note de M. **R. de Litardière**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Le Polypodium Schneideri Hort. (non Christ), hybride des *P. aureum* L. et *vulgare* L. forme *cornubiense* (Moore) ([3]) m'a offert une particularité cytologique sans précédent : dans les noyaux appartenant à la période de télophase, on remarque, au milieu de filaments chromosomiques assez minces et moniliformes, identiques à ceux du *P. vulgare*, d'autres filaments, bien moins nombreux, très chromatophiles, d'un calibre beaucoup plus fort et

---

([1]) *Bull. Soc. géol. Fr.*, 4e série, t. 12, 1912, p. 422.

([2]) L. Germain, *Bull. du Muséum*, 1911, p. 327.

([3]) Cette plante a été obtenue par M. Schneider dans les serres de MM. Veitch et fils, à Chelsea près Londres.

Le *P. vulgare* forma *cornubiense* (Moore, *pro var.*) est connu aussi sous le nom de var. *elegantissimum* A. Stansf.

beaucoup plus régulier, présentant de la sorte un aspect de chondriocontes.

La structure des noyaux interphasiques est semblable; mais presque dès le début des processus d'anachromase ([1]), les filaments perdent peu à peu leur caractère hétéromorphe, car il se produit une égalisation de la substance des éléments moniliformes. A la métaphase, on ne remarque aucune différence appréciable entre les chromosomes, à part certaines inégalités de longueur, du reste assez faibles, comme cela a lieu dans la majorité des Polypodiacées.

Le *Polypodium Schneideri* étant, je viens de le dire, d'origine hybride, on aurait pu tout d'abord croire qu'il existait là une différence inhérente aux chromosomes des deux parents; mais, dans les noyaux en télophase du *P. aureum* d'une part et du *P. vulgare* forma *cornubiense* d'autre part, les éléments chromosomiques sont semblables. Les cordons épais de l'hybride se présentant en nombre bien plus faible que celui des filaments grêles, on pourrait alors songer qu'ils correspondent aux chromosomes du *P. aureum*, puisque cette espèce a apporté seulement un contingent de 36 chromosomes lors de l'union des gamètes, tandis que celui du *P. vulgare* forma *cornubiense* est de beaucoup supérieur.

Dans cette hypothèse, il faudrait admettre que les éléments chromosomiques du *P. aureum*, transportés dans un milieu qui n'est pas le leur, subissent dès lors une évolution spéciale, un « catachromasisme » différent de celui qu'ils présentent dans leurs propres noyaux.

L'étude des hybrides offre toujours un grand intérêt au point de vue cytologique; peut-être retrouvera-t-on ailleurs des faits identiques à celui que je viens de signaler; ils prouveraient que l'explication que j'en donne est bien conforme à la réalité.

BOTANIQUE. — *Sur une tige à géotropisme horizontal.* Note de M. **Henri Coupin**, présentée par M. Gaston Bonnier.

De ce qu'un fait est d'une fréquence extrême, il ne faut pas en conclure qu'il soit absolument général. Cette vérité évidente par elle-même semble

---

([1]) Vejdovský (1907, 1912) a créé deux termes (*Katachromase* et *Anachromase*) pour désigner les *processus chromosomiques* qui se déroulent pendant les périodes de télophase et de prophase; aucun auteur n'a encore suivi le cytologiste tchèque; mais il m'a semblé que la reprise de ces noms s'imposait, car ils caractérisent parfaitement l'etat du noyau au cours de ces *périodes caryocinétiques*.

avoir été négligée dans un certain nombre de phénomènes ressortissant des Sciences naturelles en général et de la Botanique en particulier, où l'on semble s'être efforcé d'émettre des aphorismes généraux, alors que, bien souvent, les exceptions sont presque aussi nombreuses que les cas considérés comme normaux. Je voudrais, à ce propos, faire quelques remarques au sujet d'une notion qui semblait, jusqu'ici, définitivement établie et relative au *géotropisme* de la tige. Il est, évidemment, de connaissance banale que, à moins qu'elle ne fût rampante, la tige aérienne, dès sa naissance, se dirige en apparence toujours en sens contraire du centre de la Terre, c'est-à-dire est douée d'un *géotropisme négatif*. Cette constatation, qui est si fréquente et sert même à définir, physiologiquement, la tige, n'est, cependant, pas aussi générale qu'on le croit. J'ai pu le constater très facilement à l'aide de graines, cependant très connues, celles des *Lentilles*.

En cultivant, à l'obscurité, des semences de la *Lentille large blonde* ou de la *Lentille verte du Puy* (il n'y a pas de raisons pour supposer qu'il n'en soit pas de même pour les autres races, d'ailleurs peu nombreuses, de Lentilles), on obtient une jeune tige *croissant rigoureusement suivant l'horizontale* et ayant, par suite, ce qu'on peut appeler un *géotropisme horizontal* (on dit aussi *plagiotropisme*).

Si, après qu'elle a commencé à se développer ainsi que je viens de le dire, on place cette tige verticalement (soit vers le haut, soit vers le bas), ou obliquement, elle continue à croître, non dans le sens vertical, mais *horizontalement*, ce qui montre que son horizontalité est bien due à son géotropisme et non, comme on pourrait le supposer, à la position initiale qui lui imprime sa position primitive dans la graine. Cette croissance horizontale continue jusqu'à ce que la tige meure d'inanition, c'est-à-dire lorsqu'elle a atteint une dizaine de centimètres. Une telle constatation est facile à faire si l'on prend soin de cultiver les plantules dans un milieu aqueux et de telle sorte que la tige puisse s'étaler librement sans être gênée par des objets voisins (¹).

Cette croissance horizontale, et c'est là un point essentiel à noter, *n'a lieu qu'à l'obscurité*. Si les graines sont mises à germer dans les mêmes

---

(¹) Si l'on cultive les plantules sur un milieu solide (sciure de bois, terre, sable, etc.) humecté, les tiges, après avoir rampé sur le substratum pendant une dizaine de centimètres, témoignent d'une certaine tendance à se relever, au sommet, dans le sens de la verticale, mais il pourrait bien se faire que ce changement de direction fût en rapport avec l'*hydrotropisme négatif* plutôt qu'avec le géotropisme.

conditions, mais en recevant de la lumière sur tout leur pourtour, les tiges se dirigent vers le zénith, ce qui montre, d'une part, qu'elles ne sont pas rampantes dans les conditions naturelles, et, d'autre part, que leur *géotropisme*, dans les mêmes conditions, est négatif. La présence ou l'absence de lumière a donc modifié la nature même du géotropisme; on peut, d'ailleurs, s'en rendre compte d'une autre façon en mettant à la lumière une tige étiolée, laquelle, comme je l'ai dit, est toujours horizontale : quelques heures après, elle continue à croître, mais, cette fois-ci, verticalement vers le haut. Il est bon de remarquer, en passant, que la tige de la Lentille n'est que très modérément phototropique, c'est-à-dire qu'elle s'incline à peine vers une source unilatérale de lumière.

En résumé :

1° Les tiges aériennes (non rampantes) n'ont pas *toujours*, comme on le dit, un *géotropisme négatif;* celui-ci, quoique extrêmement fréquent, *n'est pas rigoureusement général;*

2° Les tiges de Lentilles cultivées à l'obscurité ont un *géotropisme* nettement *horizontal;*

3° La *lumière*, d'une autre façon que par le phototropisme, *peut modifier le sens du géotropisme*, ainsi qu'on le voit dans la tige de la Lentille, qui, d'horizontale qu'elle est à l'obscurité, devient verticale à la lumière.

Ces constatations pourront peut-être avoir quelque intérêt pour faciliter la recherche des causes (encore inconnues) du géotropisme.

BOTANIQUE. — *A propos des greffes de Soleil sur Topinambour.* Note de M. **Lucien Daniel**, présentée par M. Gaston Bonnier.

On sait depuis longtemps que, dans les greffes de Soleil sur Topinambour, celui-ci donne une tuberculisation réduite et emmagasine quand même de l'inuline pour passer à l'état de vie ralentie. On peut se demander si, comme on l'a affirmé récemment, l'inuline ainsi mise en réserve provient, exclusivement ou presque, des produits dextrogyres élaborés par le Soleil greffon. S'il en est ainsi, la valeur des réserves du sujet, considérée chez des exemplaires différents, doit être proportionnelle sensiblement au développement et aux poids relatifs des greffons, à la fin de la végétation de ceux-ci, comme cela se produit quand on greffe des *Helianthus orgyalis* sur Topinambour qui, comme lui, fabriquent de l'inuline et se développent d'une façon presque analogue.

En vue de résoudre ce problème, j'ai fait l'an dernier, à six semaines d'intervalle, deux séries de greffes de Soleil sur Topinambour, dans des conditions aussi comparables que possible. Les greffons se développèrent d'une façon très inégale; le nombre, le volume et le poids des tubercules formés par les sujets furent des plus variables suivant les exemplaires. Ainsi, chez six greffes de la première série, les poids des tubercules étaient de 275^g, 57^g, 99^g, 80^g, 105^g et 35^g quand les greffons presque secs pesaient respectivement 445^g, 510^g, 105^g, 101^g, 350^g et 227^g; chez dix exemplaires de la deuxième série, les tubercules pesaient 40^g, 145^g, 80^g, 85^g, 117^g, 63^g, 90^g, 95^g, 78^g et 120^g et les greffons 280^g, 310^g, 96^g, 75^g, 190^g, 80^g, 90^g, 125^g, 68^g et 185^g.

La proportionnalité n'existant pas, il faut en conclure que le Soleil n'est pas le générateur principal de l'inuline du Topinambour greffé. Mais alors d'où provient cette substance? Les expériences suivantes vont nous renseigner sur ce point.

Considérant que toute olodibiose ou greffe ordinaire est précédée d'un effeuillage et d'une décapitation du sujet, interrompant la circulation libérienne après reprise comme dans une décortication annulaire à lèvres rejointes, j'ai maintenu unitiges des topinambours et je les ai effeuillés, décapités ou décortiqués en supprimant leurs pousses de remplacement. A la fin de la végétation, j'ai recherché les variations de tuberculisation produites par ces opérations en comparant avec des Topinambours témoins également maintenus unitiges. Les résultats de ces expériences ont été très démonstratifs. Tandis que les témoins ont fourni un poids moyen de tubercules de 4^{kg},380, les pieds opérés ont eu des poids de tubercules beaucoup plus faibles. Ainsi des exemplaires effeuillés unilatéralement et progressivement, auxquels j'avais laissé 12 feuilles au sommet, ont donné 1^{kg},760 de tubercules, en leur laissant 6 feuilles seulement le poids est tombé à 815^g; donc la mise en réserve est sensiblement proportionnelle à l'activité et la quantité de la chlorophylle de l'appareil aérien.

J'ai décapité des Topinambours à des hauteurs différentes, 35^{cm}, 60^{cm} et 80^{cm}, en laissant deux feuilles au sommet pour entretenir la vie de la tige, et en supprimant avec soin les pousses de remplacement, j'ai récolté seulement 35^g, 80^g, 125^g et 164^g de tubercules en moyenne. La mise en réserve était proportionnelle sensiblement à la longueur de la tige conservée. Dans les exemplaires décapités à la même hauteur, mais auxquels j'avais laissé un nombre variable de feuilles d'appel, les réserves étaient en rapport avec ce nombre, réduites encore s'il n'y avait qu'une feuille conservée, augmentées au contraire s'il y avait plus de deux feuilles. Avec deux verticilles de trois feuilles, il y eut 315^g de tubercules et 470^g avec trois verticilles. La valeur des

réserves dépend donc à la fois de la capacité fonctionnelle des feuilles et de celle de la portion de tige conservée.

J'ai fait en outre des décortications annulaires de grandeur différente, 1^{cm} et 5^{cm} à des hauteurs variables au-dessus du sol. Les premiers ont assez rapidement rejoint les lèvres de la blessure, tandis que la plaie des secondes est restée béante jusqu'à la fin de la végétation.

Les exemplaires complètement cicatrisés m'ont donné en moyenne $2^{kg},450$ de tubercules, la circulation du lévulose avait subi un temps d'arrêt, mais elle s'était faité de nouveau ensuite quoique plus lente. Dans les autres, le transport s'était arrêté, et l'inuline n'avait pu se former qu'aux dépens de la partie de la tige inférieure à la décortication. La moyenne des poids des tubercules a été de 225^{g}, mais ceux qui avaient été décortiqués à 30^{cm} du sol avaient des poids variant de 50^{g} à 80^{g} au plus. Enfin chez des pieds décapités en même temps que décortiqués à 5^{cm} de largeur, la mort était venue rapidement avec une mise en réserve insignifiante. Ayant opéré à des époques différentes j'ai encore constaté que les résultats obtenus variaient avec l'âge des tiges. Mais chez tous les exemplaires à tuberculisation très réduite, les tubercules étaient allongés, moins colorés que les témoins et ils avaient mûri beaucoup plus vite. Or ces phénomènes peuvent exister dans la greffe, soit conjointement, soit séparément; cela montre leur communauté d'origine.

Il résulte de ces expériences que les réserves formées par le Topinambour greffé avec le Soleil ne proviennent pas exclusivement ou presque des matériaux élaborés par celui-ci, qui le rappelle dans ses graines au moment où le sujet commence à se tuberculiser. L'inuline du Topinambour greffé ne peut avoir que deux origines : 1° elle dérive en entier des produits lévogyres fabriqués par la chlorophylle du sujet, dont le travail n'est pas négligeable quand la tige à $0^{m},80$ de longueur, et aussi du travail des drageons émis continuellement par le sujet et difficiles à supprimer sans qu'ils aient assimilé, quelle que soit la surveillance exercée; 2° ou bien elle provient en partie seulement de ces sources et, pour l'autre partie, du déplacement des réserves du tubercule primitif qui se comporte alors à la façon de la pomme de terre, émettant de petits tubercules aux dépens d'un plus ancien à la suite d'à-coups de végétation ou de conditions spéciales entravant son développement normal.

BOTANIQUE. — *Influence de la température des eaux thermales de Luchon sur leur flore.* Note de M. **Jean Dufrenoy**, présentée par M. L. Mangin.

Les 80 griffons de Luchon fournissent, entre 30° et 63°, des eaux riches en soufre et en fer assimilables.

Au classement thermique correspond assez bien le classement biologique



d'après le mode de symbiose des bactéries réductrices avec les ferrobactéries et les sulfuraires oxydantes.

I. *Eaux tièdes* (Réservoir du Bosquet : 38°) sulfuraires : *Thiothrix* immergés à 10^{cm} (*fig.* 17).

II. *Eaux chaudes* (Pré n° 2 : 53°; Saule : 55°; Reine : 57°) couvertes de dépôts de barégine, c'est-à-dire de zooglées bactériennes muqueuses, probablement pectiques (B^2, *fig.* 12); à la face supérieure, des Ferrobactériacées (*Siderocapsa* Molisch) s'incrustent d'hydroxyde de fer (F. C., *fig.* 13), des Sulfuraires (B. S., *fig.* 13) brûlent H^2S, fixant S en granules ou en cristaux; à la face immergée, privée d'oxygène par les Sulfuraires de la surface, des bactéries réduisent les sulfates, dégagent H^2S, fixent le sulfate ferreux.

III. *Eaux très chaudes* (Ferras ancienne : 50°; Pré n° 1 : 60°; Humage : 62°; Bayen : 63°). — A la surface, quelques pellicules à *Siderocapsa* et à Sulfuraires en filaments très fins ou bâtonnets (*fig.* 15) avec cristaux.

Au fond, les bactéries réductrices des sulfates précipitent le sulfate ferreux en « boues bleues ».

Sur la grande échelle des différentes sources, *la température détermine l'aspect de la flore*, la rend très différente dans deux sources du même groupe hydrologique (Pré n° 1 : 60°; Pré n° 2 : 50°).

Des eaux à 40° hébergent des bactéries capables d'évoluer dans l'étuve à 55°-60°, à côté d'espèces des eaux très chaudes; les espèces évoluant à 15° manquent.

A Luchon, comme à Barèges, les Ferrobactériacées filamenteuses préfèrent les eaux froides ou tièdes [1], les formes arrondies (*Siderocapsa*) sont ubiquistes et tolèrent 43°.

Les Sulfuraires évoluées (*Beggiatoa*) vivent en eau froide, les *Thiothrix* tolèrent 50°; seules les *Thiobactéries* de très faible diamètre supportent les eaux très chaudes. Partout active, la formation du soufre est surtout intense entre 40° et 50°.

CRYPTOGAMIE. — *Action d'un Champignon parasite sur* Dilsea edulis *Stackhouse*. Note de M. E. Chemin, présentée par M. L. Mangin.

Les frondes de *Dilsea edulis* présentent fréquemment, en été et en automne, des taches circulaires d'une nuance générale verdâtre et d'un diamètre variable pouvant atteindre jusqu'à 15^{mm}. Dans l'une de ces taches on peut distinguer trois zones : une zone externe, de 1^{mm} environ de largeur, d'une teinte dégradée allant du rouge sombre de l'algue au vert chlorophyl-

---

(1) Cf. E.-C. Harder, *Iron depositing bacteria and their geological relations* (*U. S. Geol. Survey, Paper*, t. 113, 1919).

lien ; une zone moyenne, d'un vert intense, passant graduellement au blanc jaunâtre de la zone interne. A la limite de ces deux dernières, on observe une auréole de pustules blanches, hémisphériques, faisant saillie à la surface ; elles se rencontrent sur l'une et l'autre face. Une déchirure à bords irréguliers occupe généralement le centre. Tant que le diamètre de la tache n'atteint pas 7^{mm} à 8^{mm}, on n'aperçoit aucune perforation ; par contre, au terme ultime du développement, les diverses zones sont réduites à une mince frange bordant une large lacune. Même à ce stade, ces perforations ne peuvent être confondues avec les trous produits fréquemment par les Mollusques dont les bords conservent la teinte rouge de la fronde. Leur origine est toute différente ; elles sont dues à l'action d'un champignon parasite. Avant de décrire cette action, je rappellerai brièvement la structure d'une lame de *Dilsea*.

Une région médullaire, formée de filaments enchevêtrés, donne naissance à des files cellulaires dirigées perpendiculairement à la surface. Dans chacune de ces files, les cellules profondes sont volumineuses et forment ce que j'appellerai la région de réserve ; les cellules superficielles sont beaucoup plus petites, ce sera la région corticale. La surface est recouverte d'une cuticule mucilagineuse. Une substance de même nature comble entièrement les interstices laissés entre les divers éléments. Toutes les cellules présentent un noyau qui se teint fortement par l'hématoxyline ferrique ; le protoplasme, abondant dans la couche corticale, ne forme qu'un mince revêtement pariétal dans la région de réserve ; les érythroplastes, très développés et fortement teintés dans les cellules périphériques, sont plus rares dans les cellules profondes ; enfin l'amidon, qu'on rencontre partout, mais qui est particulièrement abondant dans la région de réserve dont les éléments en sont littéralement bourrés, se présente sous la forme de petits granules d'amylose prenant une teinte rougeâtre avec l'iode.

C'est dans ce milieu, particulièrement riche en principes nutritifs, que les filaments mycéliens se développent. Sur une coupe transversale, après coloration à l'hématoxyline-éosine, ils dessinent des lignes sombres sur un fond que leur action a contribué à éclaircir. Ils s'insinuent entre les cellules, en perforent souvent les parois et viennent au contact du contenu protoplasmique. Ils sont épars à la périphérie, plus denses dans la région de réserve ; enchevêtrés et pelotonnés, ils constituent au-dessous de chaque pustule une sorte de stroma, d'où s'élèvent les filaments minces, serrés, dont l'ensemble constitue la saillie superficielle.

La première action visible est la disparition de la phycoérythrine ; elle s'observe déjà dans des régions non directement atteintes par les filaments mycéliens. Les érythroplastes ne sont pas détruits ; ils conservent leur forme et la chlorophylle qui les imprègne jusqu'à l'altération profonde du contenu

cellulaire. C'est d'abord le noyau qui prend une teinte de plus en plus pâle sous l'action des colorants. C'est le protoplasme, qui diminue en quantité, se rassemble au centre, et finalement disparaît. Les grosses cellules mères des tétrasporanges résistent davantage; elles constituent encore de petits points rougeâtres dans la zone verte; peu à peu, cependant, elles sont altérées et détruites. L'amylose est progressivement digéré; les petits granules de la région corticale disparaissent les premiers ; ceux des régions profondes, plus volumineux, plus nombreux, ne disparaissent totalement qu'au voisinage de la lacune. Les membranes cellulaires, perforées et amincies, persistent encore, conservant à l'algue sa structure, sauf sur le pourtour immédiat de la lacune et au-dessous de chaque pustule, là où s'est formé un stroma.

Comme toute mise à mort des cellules chez les Floridées, par traumatisme en action de substance délétère, entraîne la disparition de la phycoérythrine, on est conduit à penser que le parasite laisse diffuser un principe qui tue les cellules; il sécrète ensuite des diastases appropriées pour la digestion des matières albuminoïdes et des matières amylacées.

Les Champignons connus, vivant sur les Algues, sont beaucoup plus nombreux sur les formes d'eau douce que sur les formes marines. Dans la liste relevée par Lemmermann (¹), sur 195 espèces, 9 seulement sont particulières aux Algues marines.

Les travaux récents ont doublé environ ce nombre. Sur les Algues vertes (*Ulva*, *Prasiola*) Minnie Reed (²) en a décrit deux espèces et, dans les deux cas, le complexe, Algue et Champignon, ressemble beaucoup à un lichen. Les Champignons sont plus nombreux sur les Algues brunes; Sauvageau (³) en a récolté sur *Castagnea* et *Stypocaulon;* May Estee (⁴) en a décrit sur *Cystoseira* et *Halidrys* au voisinage des flotteurs; Cotton (⁵) en a décrit et nommé une espèce sur *Ascophyllum;* et Sutherland (⁶) en a étudié quatre espèces sur *Pelvetia*, dont l'une, au moins, est considérée par lui

(¹) E. LEMMERMANN, *Die parasitischen und saprophytischen Pilze der Algen* (*Abhandlungen Naturwissensch. Verein z. Brensen*, Bd 17, Heft 1, 1901).

(²) MINNIE REED, *Two new Ascomycetous fungi parasitic on marine Algæ* (*Univ. of California publications : Botany*, vol. 1, 1902).

(³) *Journal de Botanique*, 1897, p. 242, et 1903, p. 228.

(⁴) MAY ESTEE, *Fungus Gralls on Cystoseira and Halidrys* (*Univ. of California publications : Botany*, vol. 4, 1913).

(⁵) COTTON, *Notes on marine Pyrenomycetes* (*Trans. Brit. Myc. Soc.*, 1907).

(⁶) GEO K. SUNTHERLAND, *New marine fungi of Pelvetia* (*The new Phytologist*, 1915).

comme vivant en symbiose avec l'Algue. Sur les Algues rouges, les Champignons connus sont plus rares; Jones Herbert [1] en a signalé une espèce sur *Chondrus crispus. Jusqu'ici aucun champignon n'avait été signalé sur* Dilsea edulis; *dans ce cas le parasitisme est nettement accusé; l'immersion est à peu près constante*, car l'hôte ne se rencontre que dans la zone inférieure et ne possède pas de flotteurs.

Les échantillons recueillis n'ont pas permis de caractériser complètement le Champignon; ce sera l'objet d'une Note ultérieure.

ENTOMOLOGIE. — *Morphologie générale et structure de l'Appareil digestif des Lépidoptères*. Note [2] de M. L. **Bordas**, présentée par M. Edmond Perrier.

Le tube digestif des Lépidoptères est simple, quant à sa forme. Sa partie antérieure est rectiligne, et sa région terminale seule présente quelques circonvolutions, plus ou moins nombreuses suivant les espèces.

Comme caractères principaux, nous avons surtout à signaler : 1° la présence d'un volumineux appendice latéral ou *jabot;* 2° un *intestin moyen* court et cylindrique, et 3° une ampoule rectale, généralement large (*Saturnia*, *Pararge*, *Brotolomia*, *Acherontia*, etc.), ovoïde et très extensible.

Le *pharynx* est court chez toutes les espèces, large en avant, étroit en arrière et d'apparence infundibuliforme. Il se continue par un *œsophage* allongé, très étroit, cylindrique et s'étendant le long du thorax, et dans la partie antérieure abdominale, au-dessus du système nerveux. A son extrémité postérieure, se trouve appendu un volumineux *jabot*, placé latéralement, à parois minces et transparentes.

Il existe, chez tous les Papillons, *des glandes salivaires* tubuliformes. Elles cheminent parallèlement à l'œsophage et vont s'ouvrir soit dans un conduit impair, très court, soit séparément, en deux points très rapprochés, dans la cavité buccale, à la base de la trompe.

L'*intestin moyen* est cylindrique, à peu près rectiligne et à diamètre beaucoup plus large que celui de l'œsophage. Ses parois sont épaisses, légèrement plissées et parcourues transversalement par de petits sillons parallèles et circulaires. A sa limite postérieure, existe un bourrelet annulaire, peu

---

(1) Jones Herbert, *A new Species of Pyrenomycete parasitic on an Alga* (*Bul. Oberlin, College Laboratory*, vol. 9).

(2) Séance du 21 février 1921.

saillant, marquant l'origine de l'intestin terminal et sur lequel viennent déboucher les tubes de Malpighi.

Les *tubes de Malpighi* sont, chez tous les Papillons (sauf de très rares exceptions), toujours au nombre de *six*, provenant, en réalité, de *deux troncs primitifs*. Ils sont généralement cylindriques, parfois aussi variqueux et moniliformes. Dans quelques cas, ils présentent même de courtes éminences latérales (*Saturnia*), sortes de digitations ou bourrelets correspondant à des invaginations internes.

L'*intestin terminal* est généralement long et fort sinueux (*Pieris*, *Leuconea*, *Acherontia*, *Brotolomia*, *Arctia*, etc.). Son diamètre est beaucoup plus étroit que celui de l'intestin moyen et ses parois présentent intérieurement des replis longitudinaux. Enfin, son extrémité postérieure se dilate et forme une *poche rectale*, prolongée en un *cæcum* latéral antérieur, plus ou moins accentué. Les parois de cette poche portent de nombreuses *Glandes rectales*.

Le nombre, la forme et la disposition de ces organes sont des plus variables dans les diverses familles des Lépidoptères. Dans beaucoup d'espèces, le nombre de ces glandes dépasse 200. Elles sont beaucoup moins abondantes chez les autres Insectes. C'est ainsi que certains Diptères n'en possèdent que *quatre*, que les Hyménoptères, les Orthoptères, les Névroptères, etc. n'en ont que *six*. Or, parmi les diverses familles des Papillons, nous avons constaté que les *Pieridæ* ont de 80 à 140 glandes rectales; les *Nymphalidæ* de 100 à 120; les *Satyridæ* de 180 à 200; les *Sphingidæ* environ 150; les *Liparidæ* jusqu'à 250; les *Notodontidæ* de 180 à 200; les *Noctuidæ* plus de 300, et chez une espèce de cette famille, la *Brotolomia meticulosa*, nous en avons compté jusqu'à 500.

Tous les Papillons sont pourvus de *glandes salivaires*. Ces organes présentent à peu près la même forme chez toutes les espèces. Ce sont partout des tubes plus ou moins longs et sinueux, s'étendant de la région abdominale à la base de la trompe. Les deux conduits se rapprochent peu à peu et se fusionnent finalement en un canal impair, dont la longueur est variable suivant les espèces. Enfin ce dernier va toujours s'ouvrir à la base de la trompe et non dans le tube digestif.

Ces organes présentent, au point de vue histologique, de nombreux rapports de structure avec les glandes mandibulaires des Chenilles. De plus, leurs noyaux affectent, dans certains cas, une forme irrégulière et légèrement ramifiée, comparable à celle que nous avons décrite antérieurement dans les *glandes séricigènes*.

Nos *recherches histologiques* sur l'appareil digestif des Papillons ont porté spécialement sur les glandes salivaires, l'œsophage, la valvule œsophagienne, les intestins moyen et postérieur, les glandes rectales et les tubes de Malpighi.

La structure de l'*œsophage* présente de grandes analogies avec celle du pharynx. On y trouve, en effet, les mêmes éléments et les mêmes assises, avec une disposition à peu près semblable. L'*intima chitineuse* et l'assise chitinogène forment cependant ici des replis plus nombreux et plus accentués que dans le pharynx. En partant de l'extérieur, on trouve successivement : une membrane péritonéale; une étroite gaine formée par des muscles annulaires; des faisceaux longitudinaux, placés en regard des replis et une *assise chitinogène*, sans caractère spécial, composée de cellules aplaties, sans cloisons latérales apparentes et à noyaux arrondis. Cette dernière repose sur une très mince membrane basilaire.

L'*intestin antérieur* envoie, dans l'axe de l'intestin moyen, un petit prolongement tubuleux, coustituant la *valvule œsophagienne* qui existe de même chez toutes les larves des Lépidoptères.

A son origine, l'*intestin moyen* des Lépidoptères porte un certain nombre de bourrelets à peine saillants extérieurement et correspondant à des diverticules de la cavité intestinale. Ils sont tapissés par des cellules différant peu de celles du reste de l'organe, mais dont le rôle, comme chez les larves, me paraît manifestement *sécréteur*.

La structure de ces *bourrelets* est la suivante : 1° une musculature externe composée de fibres longitudinales et de fibres circulaires; 2° une membrane basilaire, très mince, de nature conjonctive, prolongement de celle de l'intestin, sur laquelle repose l'épithélium de la crypte; 3° une assise de hautes cellules, à bordure ciliée interne. En outre, entre les cils, on voit fréquemment de petites vésicules saillantes, arrondies, pédiculées ou sessiles, qui sont des produits de sécrétion cellulaire. Mais, la partie la plus importante de la paroi de l'intestin moyen est constituée par l'*épithélium*. Ce dernier comprend des cellules cylindriques allongées, recouvertes d'une bordure de cils immobiles et reposant sur une membrane basale (*tunica propria*) qui le sépare des muscles circulaires sous-jacents. Les éléments épithéliaux, après avoir fonctionné un certain temps, se détruisent, disparaissent, et leurs noyaux sont ensuite expulsés avec les produits excrétés. Ils sont alors remplacés par des cellules nouvelles provenant de l'évolution d'éléments plus jeunes (*cellules* ou *noyaux générateurs*), situés

dans des cryptes (*nidi*) de régénération, abondantes surtout au fond des dépressions situées entre deux bourrelets.

Les *glandes rectales*, vues en coupe transversale, présentent une apparence rectangulaire, fongiforme, ou même parfois légèrement hémisphérique. Chaque tubercule glandulaire est constitué par deux ou trois grosses cellules rectangulaires, cunéiformes et aplaties transversalement. Il présente à considérer, en partant de l'intérieur : 1° une membrane ou intima chitineuse; 2° une assise cellulaire; 3° une membrane basale ou *propria;* 4° du tissu conjonctif, des fibrilles nerveuses et de nombreux ramuscules trachéens; 5° une limitante externe; 6° des faisceaux de muscles circulaires; 7° des muscles longitudinaux et une très mince tunique péritonéale externe.

ENTOMOLOGIE. — *Sur quelques Araignées apneumones.*
Note de M. **Louis Fage**, présentée par M. E. Bouvier.

Il y a quelques années ([1]), alors que je préparais la revision des Araignées de la famille des Leptonétides, j'eus la bonne fortune de pouvoir étudier en détail une espèce très remarquable, découverte en 1881 par M. Eugène Simon dans une grotte des Pyrénées-Orientales, le *Telema tenella* E. S., que j'ai repris moi-même en abondance dans la grotte Sainte-Marie, près La Preste (Pyrénées-Orientales). Cette Araignée minuscule (1^{mm} à 1^{mm},5 de longueur), totalement aveugle et profondément adaptée à la vie des cavernes, présente, en dehors de ses caractères adaptatifs, des dispositions anatomiques qui en font un type aberrant, non seulement dans la série des Haplogynes, mais dans l'ordre entier des Araignées. Elle offre notamment la particularité d'être dépourvue de poumons et d'avoir deux paires de stigmates trachéens. Les stigmates antérieurs, situés de chaque côté et un peu au-dessus de l'épigastre, à la place qu'occupent normalement les stigmates pulmonaires, donnent chacun accès dans un vestibule très court, d'où partent isolément quatre troncs trachéens volumineux. Les stigmates postérieurs, également au nombre de deux, et absolument indépendants, sont situés à égale distance des filières et de l'épigastre; leur vestibule est assez court et donne cinq à six branches principales, isolées dès la base. Toutes ces trachées sont armées d'un filament spiral bien visible.

Seuls jusqu'à ce jour, parmi toutes les Araignées dont l'appareil respira-

---

([1]) *Étude sur les Araignées cavernicoles.* II. *Revision des Leptonetidæ* (*Arch. zool. exp.*, 5e série, t. **10**, 1913).

toire est connu, les représentants de la famille des *Caponiidæ* (deux genres américains et un genre africain) se montraient dépourvus de sacs pulmonaires et pourvus d'un système trachéen aussi développé. Mais tandis que chez le *Telema* les poumons sont remplacés par des trachées volumineuses, se ramifiant dans tout le céphalothorax et presque exclusivement dans celui-ci, chez les Caponiides les trachées antérieures sont réduites à un simple vestibule, qui donne immédiatement naissance à de nombreuses ramifications filiformes peu étendues; les ramifications très abondantes qu'on observe dans l'abdomen et le céphalothorax sont uniquement dues aux trachées postérieures. Il semble donc qu'à ce point de vue, et comme l'indique aussi la position des stigmates, le genre *Telema* ait gardé une indépendance plus complète des deux segments respiratoires.

A ce caractère exceptionnel s'ajoute celui de ne posséder, chez le *Telema*, qu'un seul réceptacle séminal médian. Ce réceptacle unique est, en revanche, relativement énorme; en forme de tube recourbé en volute, à parois très épaisses, il occupe une grande partie de l'abdomen. Une telle disposition, très primitive, se rencontre bien chez quelques Dysdérides et quelques Oonopides, mais alors les dimensions relatives de l'organe sont toujours infiniment moindres.

Après avoir exposé les raisons qui font de la disposition particulière de l'organe respiratoire du *Telema* un caractère paléogénétique, nullement dû à une adaptation secondaire au milieu cavernicol, et après avoir montré, par l'examen comparatif des pièces buccales, des filières, de l'organe copulateur, les étroites affinités des Oonopides, des Dysdérides et des Leptonétides, j'exprimais en 1913 l'hypothèse que ces différentes familles provenaient sans doute de formes apneumones, déjà pourvues de leurs quatre trachées, et probablement trés voisines de ce *Telema tenella*, unique survivant chez nous d'une faune disparue, et depuis longtemps réfugié au plus profond des cavernes pyrénéennes.

Cette hypothèse est pleinement confirmée par la découverte que MM. Alluaud et Jeannel ont faite, en Afrique orientale, d'une forme extrêmement voisine du *Telema*, mais ayant conservé, mieux que celui-ci, les caractères de l'ancêtre épigée. Cette Araignée, dont les dimensions ne dépassent pas $1^{mm},4$, constitue le type d'un nouveau genre, pour lequel je propose le nom d'*Apneumonella*. Comme le *Telema*, elle est dépourvue de poumons et possède deux paires de trachées à stigmates bien isolés. Ses yeux, par contre, sont normalement développés; ils sont au nombre de six et forment un groupe transverse, composé de deux yeux médians anté-

rieurs et de deux yeux latéraux connivents, situés, de chaque côté, l'un derrière l'autre. Le groupe oculaire rappelle donc, par sa disposition, celui des Oonopides. Le réceptacle séminal est impair, médian, extrêmement volumineux et recourbé en crosse à sa partie terminale. Les pièces buccales, les filières sont semblables à celles du *Telema*.

L'*Apneumonella oculata* n. sp., unique espèce du genre, a été capturée dans la galerie humide et obscure de la grotte C du Kulumutzi, près de Tanga. Cette grotte, dont une partie est éclairée, abrite une faune très nombreuse, constituée en majorité par des espèces qui sont le plus souvent associées aux chauve-souris et à leur guano; on y trouve aussi quelques troglobies véritables, et il est possible que l'*Apneumonella oculata* doive se ranger parmi ces derniers. Il est certain en tout cas que cette espèce, parfaitement oculée, encore partiellement pigmentée, à pattes relativement courtes (I = 1^{mm}), n'a subi que de légères modifications du fait de son entrée dans les grottes, et se trouve beaucoup plus voisine que le *Telema* — aveugle, entièrement dépigmenté, aux pattes longues (I = $3^{mm},7$), strictement adapté à la vie cavernicole — du type primitif de la famille à laquelle appartiennent ces deux genres.

Dès lors, ce *Telema* nous apparaît vraiment comme le représentant d'une faune chaude, qui a émigré vers les tropiques, où on la retrouve encore avec ses caractères primitifs, tandis qu'elle n'a laissé en Europe qu'une espèce, témoin de cette époque disparue, et qui n'est parvenue jusqu'à nous que grâce à l'abri que lui offraient les grottes profondes contre des variations climatiques fatales.

Ce cas n'est pas isolé, et, parmi les Arachnides, on en peut citer un tout à fait analogue que nous montrent certains *Opilions mecostethi*. Ce groupe, extrêmement riche à l'heure actuelle en formes tropicales, devait être également très répandu en Europe avant l'époque glaciaire. Il n'y est maintenant représenté que par un seul genre, le genre *Scotolemon*, dont toutes les espèces sont cavernicoles ou hypogées.

Ce n'est pas un des moindres intérêts de la biospéologie de nous révéler ainsi quelques-uns de ces *fossiles vivants*. La liste en est déjà longue, et s'augmente rapidement au fur et à mesure des progrès de cette science nouvelle.

ZOOLOGIE. — *Note préliminaire sur la notion d'espèce et la variabilité chez les Epinoches.* Note (¹) de M. **Léon Bertin**.

La notion d'espèce chez les Epinoches est une des plus controversées, comme l'attestent des divergences considérables d'opinions entre les plus éminents ichthyologistes. Linné ne cite qu'une seule espèce européenne d'Epinoches à trois épines dorsales, *Gasterosteus aculeatus*. Cuvier et Valenciennes la subdivisent en plusieurs autres portant les noms de *G. trachurus*, *semiloricatus*, *semiarmatus* et *leiurus*, suivant que leur armature latérale est continue, interrompue sur les flancs avec carène caudale ou localisée dans la partie antérieure du corps. Les naturalistes qui, plus tard, ont étudié cette question, sont de deux opinions opposées : les uns partisans d'espèces distinctes; les autres affirmant que les formes regardées comme des espèces sont réunies par toute une série d'intermédiaires et ne constituent tout au plus que des races locales.

Je me suis proposé de faire un examen critique des principaux caractères servant à distinguer les Epinoches. Le plus important est le nombre des plaques osseuses latérales. Or les chiffres cités par Yarrell, Blanchard, Sauvage, Moreau, etc. sont très loin de concorder. Cela tient à deux causes : 1° à ce que les plaques ne sont pas toujours comptées de la même façon; des auteurs négligeant *a priori* les petites plaques constituant une carène caudale chez les formes *trachurus*, *semiloricatus* et *semiarmatus*; 2° à ce que le nombre des plaques est variable entre individus, non seulement de localités différentes, mais d'un même banc. L'extension de l'armature cutanée des Epinoches peut être considérée comme le type de ces caractères appelés *fluctuants*, c'est-à-dire oscillants de part et d'autre d'une valeur moyenne.

L'étude de toutes les Epinoches européennes faisant partie des collections du Muséum, y compris une cinquantaine d'individus pêchés à Roscoff dans une lagune saumâtre, me conduit aux conclusions suivantes :

I. Le nombre des plaques latérales est indépendant de la taille du poisson, ce qui prouve qu'il ne varie pas avec l'âge et constitue bien un caractère individuel, que l'on peut étudier suivant les méthodes biométriques.

II. Le nombre des plaques diffère très souvent d'un côté à l'autre du même animal.

(¹) Séance du 28 février 1921.

La différence entre les deux flancs est de 1 ou de 2 unités. Le plus grand nombre est tantôt à droite, tantôt à gauche.

III. De ce que les flancs sont inégalement armés, il résulte que pour construire des courbes de fréquence, on peut considérer, non des Epinoches, mais des *flancs d'Epinoches;* ce qui double en quelque sorte le nombre des cas observés et donne plus de valeur aux pourcentages. Voici, comme exemple, les résultats de l'examen de 47 Epinoches roscovites (soit de 94 flancs), appartenant à la forme *G. leiurus* et capturées d'un seul coup de haveneau.

Nombre de plaques		Taille	Nombre de plaques		Taille
à droite.	à gauche.	(en millimètres).	à droite.	à gauche.	(en millimètres).
$7+k$	$7+k$	35	4	5	35
$6+k$	$6+k$	35	4	5	35
$5+k$	$6+k$	37	4	5	30
5	6	30	4	4	35
$5+k$	$5+k$	30	4	4	35
$5+k$	$5+k$	25	4	4	35
5	5	40	4	4	35
5	5	35	4	4	35
5	5	35	4	4	30
5	5	35	4	4	30
5	5	35	4	4	30
5	5	30	4	4	28
5	5	30	4	4	28
5	5	30	5	3	30
5	5	30	3	5	35
5	5	30	4	3	40
5	5	28	4	3	40
5	5	28	3	4	35
5	5	28	3	3	35
$5+k$	$4+k$	35	3	3	35
5	4	35	3	3	30
5	4	35	3	3	30
5	4	35	4	2	30
4	5	40			

Exprimé d'une autre manière :

Classes (plaques)...............	2	3	4	5	6	7
Fréquences (flancs)...........	1	13	32	42	4	2

le Tableau qui précède indique que les nombres de plaques de beaucoup les plus communs sont 4 et 5. La courbe de fréquence que l'on pourrait construire aurait donc un maximum très accentué. C'est le caractère d'un type spécifique bien défini. D'autres Épinoches, recueillies en différents points de la France, donnent des résultats identiques.

IV. Cependant, en certaines localités, le maximum de la courbe est déplacé vers les plus grandes abscisses. Ainsi des Épinoches du Havre, constituant un lot de la collection du Muséum, ont assez souvent des flancs à 7 et même à 8 plaques (alors que les Épinoches roscovites n'en présentent jamais plus de 7). Des Épinoches d'Abbeville ont jusqu'à 9 plaques sur chaque flanc. Enfin les *G. leiurus* des mares salées de Lorraine, décrites par Florentin, en possèdent jusqu'à 10.

V. D'autre part, j'ai pu remarquer, sur 6 des 47 Épinoches de Roscoff (voir le Tableau ci-dessus), la présence d'une petite carène caudale (k), n'ayant quelquefois pas plus de 1^{mm} de longueur et composée de 1, 2, 3 ou 4 plaques minuscules.

En somme, bien que le type *G. leiurus* soit nettement accusé, on voit que l'intervalle qui le sépare des autres types de Cuvier et Valenciennes n'est pas aussi profond qu'on aurait pu croire tout d'abord. Les individus à 8, 9 et 10 plaques latérales et ceux à carène caudale forment transition avec *G. semiarmatus*.

VI. Les espèces cuviériennes *G. semiarmatus*, *semiloricatus* et *trachurus* sont elles-mêmes beaucoup moins séparées les unes des autres que de *leiurus*. Les trois espèces en question ont une carène caudale qui, chez *trachurus*, est en continuité avec la cuirasse latérale, tandis qu'elle en est séparée par un espace nu dans les formes *semiloricatus* et *semiarmatus*. Mais cet espace est souvent atténué par la présence de quelques plaques formant jalons entre la carène caudale et la série continue des plaques antérieures. Il peut même entièrement disparaître sur un flanc et ne persister que sur l'autre. On se rendra mieux compte de cette variabilité par les quelques exemples ci-dessous relatifs à des Épinoches d'Abbeville :

Nombres de plaques		Taille
à droite.	à gauche.	(en millimètres).
20 + 8 [1]	18 + 10	40
18 + 8	18 + 7	70
18 + 1 + 1 + 8 [2]	31	70
17 + 5	17 + 5	35
15 + 7	15 + 8	55
15 + 3 + 12	14 + 1 + 10	70

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Sur les tumeurs de la glande interstitielle du testicule du cheval.* Note de M. A. **Peyron**, présentée par M. Henneguy.

Le testicule du cheval a fourni à MM. Borrel et Masson [3] l'objet de remarquables observations sur l'épithélioma séminifère. Mais en ce qui

(1) C'est-à-dire 20 plaques antérieures et 8 formant la carène caudale.

(2) C'est-à-dire 17 plaques antérieures, 8 formant la carène caudale et 2 plaques intermédiaires.

(3) Borrel et Masson, *Bulletin de l'Association française pour l'étude du cancer*, 1912-1913.

concerne les tumeurs de la glande interstitielle, ces auteurs déclarent n'avoir pu les isoler complètement et leur Mémoire laisse l'impression qu'ils les ont peut-être incorporées dans le groupe des séminomes, au stade de nappe diffuse. Ces tumeurs, antérieurement, avaient été nettement reconnues par Ball [1].

Mes recherches, qui ont porté sur 25 cas de tumeurs et s'appuient d'autre part sur l'étude du développement de la glande interstitielle, permettent de fixer les caractères de cette morphologie néoplasique, par opposition à celle de l'épithélioma séminifère. L'étude des zones de transition, au niveau des îlots interstitiels restés normaux, montre les modifications suivantes dans la morphologie de ces derniers :

1° Pour le cytoplasme : diminution de volume des éléments cellulaires, atténuation ou diminution du contraste si marqué entre l'endoplasme et l'exoplasme, absence des grains pigmentaires.

2° Pour les noyaux : volume augmenté, membrane moins nette et moins épaisse, raréfaction des grains de chromatine sur le réticulum, apparition d'un gros nucléole central et sphérique.

Dans la tumeur constituée, ces caractères ne se retrouvent pas avec une uniformité aussi grande. En particulier, les noyaux à gros nucléole central apparaissent mêlés à d'autres dont la disposition est assez variable. Les éléments néoplasiques se multiplient par division directe et les karyokinèses sont exceptionnelles. Le clivage amitotique n'est pas toujours suivi de la séparation des corps cellulaires : ainsi se constituent des éléments plurinucléés de taille très variable, présentant une couronne périphérique de noyaux à l'intérieur de laquelle on observe la multiplicité des centrosomes, signalée par Winiwarter dans les cellules interstitielles du testicule humain.

Le cytoplasme est fortement acidophile, en particulier après la fuchsine; l'appareil mitochondrial, disposé en croissant autour du noyau, est surtout constitué par des grains mêlés de filaments courts. Les figures de chondriolyse (vésicules et raquettes) conduisent progressivement à un système de canalicules irréguliers intra, puis intercellulaires; ces derniers constituent par leur convergence des flaques d'étendue variable à contenu sidérophile. Après l'imprégnation au nitrate d'argent, on observe également ces canalicules d'excrétion. Ces particularités morphologiques correspondent au trophospongium connu depuis longtemps dans les cellules interstitielles normales et reproduisent également les dispositions décrites plus récemment par Duesberg [2]. Après fixation au liquide de Flemming, les granulations graisseuses restent rares; ce fait peut être rapproché de l'absence des grains pigmentaires dans la tumeur. Toutefois ces derniers réapparaissent avec leurs caractères habituels au niveau de cellules ou d'îlots qui s'observent de préférence dans le stroma et au voisinage des endothé-

---

(1) Ball, *Journal de Médecine vétérinaire*, t. 8, 1904.

(2) *On the interstitial cells of the testicle in Didelphys* (*Biological Bulletin*, 1918).

liums vasculaires. Après fixation osmique, j'ai observé des cristalloïdes de deux types, les uns courts et trapus, les autres minces et allongés.

Les caractères précédents se superposent aisément à la morphologie bien connue des cellules interstitielles. J'ai observé en outre une disposition curieuse qui fait défaut dans le testicule normal, mais reproduit d'autre part celle que Van der Stricht a signalée dans les cellules interstitielles de l'ovaire : les éléments néoplastiques revêtent une forme cubique ou prismatique et se groupent de façon à constituer des cavités d'aspect épithélial, de forme régulière et de dimensions très variables. A la face interne de ce revêtement les chondriosomes et les figures d'excrétion sont d'observation facile, mais les granulations graisseuses sont exceptionnelles; le contenu des cavités reste ordinairement incolore après fixation osmique; le mécanisme complexe de son évacuation à travers les fentes lymphatiques du tissu conjonctif ne saurait être envisagé ici. Il faut noter d'autre part le grand nombre des cavités sanguines dans lesquelles on trouve des éléments néoplasiques en voie de migration.

Les conditions dans lesquelles le matériel d'étude a été prélevé ne m'ont permis d'apprécier exactement ni la fréquence des métastases, ni les troubles fonctionnels éventuels que doit entraîner l'accroissement de ces énormes tumeurs d'éléments interstitiels.

Ainsi constituées, elles ont des caractères histologiques assez voisins de ceux des tumeurs homologues qui se développent dans le testicule humain, mais ces dernières sont beaucoup plus rares et jusqu'ici les cristalloïdes n'y ont pas été reconnus par les auteurs.

A 16 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 3 janvier 1921.)

Note de M. *Ph. Négris*, Sur les oscillations glaciaires des temps quaternaires et les mouvements correspondants de la lithosphère :

Page 76, ligne 10, *au lieu de* 10 et 12 pour 100, *lire* 10 et 12 pour 1000, et *au lieu de* 3 pour 100, *lire* 3 pour 1000.

(Séance du 31 janvier 1921.)

Note de MM. *E. Mathias*, *C.-A. Crommelin* et *H. Kamerlingh Onnes*, Le diamètre rectiligne de l'hydrogène :

Page 261, ligne 23, *au lieu de* $-252°,66$ C., *lire* $-252°,76$ C.
Page 262, ligne 18, *au lieu de* y (calc.) $= 0,03138$, *lire* $0,03128$.
Page 263, ligne 5, *au lieu de* $\Delta = 0,03$, *lire* $\Delta = 0,03102$.

(Séance du 7 février 1920.)

Note de M. *A. Trillat*, Influence de l'état de division des gouttelettes microbiennes sur l'ensemencement des terrains de culture :

Page 341, note (²), *au lieu de* $\frac{1}{100}$ de μ ne pourrait fournir, *lire* $\frac{1}{100}$ de μ pourrait fournir.